

Образовни профил: Електротехничар аутоматике

Изборни предмет: ЕЛЕКТРИЧНА МЕРЕЊА И МЕРЕЊА У ЕЛЕКТРОНИЦИ

1. Физичке величине и систем мерних јединица.
2. Основни појмови у мерној техници.
3. Класификација мерних метода.
4. Дефинисање мерних грешака и обрада резултата мерења.
5. Класификација мерних грешака: грубе, систематске и случајне.
6. Прибор за електрична мерења.
7. Реостатски и потенциометарски спој.
8. Мерни домаћај, константа инструмента и осетљивост.
9. Инструмент са кретним калемом: конструкција и принцип рада.
10. Инструмент са кретним калемом и исправљачем.
11. Предности и мане инструмента са кретним калемом.
12. Амперметар са кретним калемом: проширивање мерног опсега.
13. Волтметар са кретним калемом: проширивање мерног опсега.
14. Омметар са кретним калемом.
15. Универзални инструмент.
16. Електродинамички инструмент: конструкција и принцип рада.
17. Предности и мане електродинамичког инструмента.
18. Електродинамички амперметар, волтметар и ватметар.
19. Параметри простопериодичних величина.
20. Мерење електричне отпорности U-I методом.
21. Витстонов и Томпсонов мост.
22. Мерење индуктивности.
23. Мерење капацитивности.
24. Мерење снаге једносмерне струје U-I методом.
25. Мерење активне снаге методом три волтметра.
26. Мерење реактивне снаге.
27. Дигитални мултиметри.

1. Јединице преноса
2. Чланкасти ослабљивачи
3. Ћелијски ослабљивачи
4. Фреквентнокомпензовани ослабљивачи
5. Електронски миливолтметар
6. Катодна цев осцилоскопа
7. Блок-шема осцилоскопа
8. Генератор временске базе
9. Синхронизација
10. Вертикални и хоризонтални појачавач
11. Електронски преклопник
12. Фреквентнокомпензована сонда
13. Мерење једносмерног и наизменичног напона, учесталости и фазне разлике калибрисаним осцилоскопом
14. Снимање карактеристика полупроводника помоћу осцилоскопа
15. Опште карактеристике и подела електронских генератора
16. РЦ генератори
17. Генератори функција
18. АМ сигнал-генератори
19. ФМ сигнал-генератори
20. Воблери
21. Q метар
22. К метар
23. Дигитални фреквенцметри
24. Опште особине дигиталних мултиметара
25. Аналогно-дигитална конверзија методом двојне интеграције
26. Претварање једносмерног напона и једносмерне струје у ниски једносмерни напон
27. Претварање наизменичног напона и наизменичне струје у ниски једносмерни напон
28. Претварање ефективне вредности наизменичног напона у једносмерну вредност
29. Четворожично мерење малих отпорности
30. Тачност мерења дигиталним мултиметрима
31. Блок-шема мерног микрорачунара
32. Повезивање мерних уређаја универзалном магистралом

Наставници:

Џуња Иван и Свитлица Александар, Савић Оливера

Образовни профил: Електротехничар аутоматике

Изборни предмет: ЕЛЕКТРОНИКА 1 И 2

1. PN спој. Директна и инверзна поларизација PN споја.
2. Силицијумска и германијумска диода.
3. Једнострани усмерач.
4. Грецов усмерач.
5. Стабилизаторска (Ценер) диода. Стабилизатор напона са Ценер диодом.
6. Улазне и излазне карактеристике биполарних транзистора. Ознаке NPN и PNP транзистора.
7. Еквивалентна шема транзистора.
8. Појачавач са заједничким емитором-основни облик. Једначина радне праве. Радна права, радна тачка.
9. Појачавач са заједничким емитором са стабилизацијом радне тачке. Објасни како се врши стабилизација радне тачке.
10. Еквивалентна шема појачавача са заједничким емитором. Изрази за напонско и струјно појачање.
11. Улазне и излазне карактеристике FET-а. Ознаке N и P каналног FET-а.
12. Појачавач са заједничким сорсом. Шема, еквивалентна шема, напонско појачање.
13. MOSFET са индукованим каналом.
14. MOSFET са уграђеним каналом.
15. Транзистор и MOSFET као прекидач.
16. Повратна спрега. Појачање појачавача са повратном спрегом.
17. Инвертујући појачавач.
18. Неинвертујући појачавач.
19. Коло за сабирање напона са операционим појачавачем.
20. Коло за одузимање напона са операционим појачавачем.
21. Јединични (раздвојни појачавач).
22. Ограничавачи напона.
23. Напонски компаратори.
24. Шмитово окидно коло.
25. CMOS инвертор (NE коло).
26. CMOS NI коло.
27. CMOS NILI коло.
28. Астабилни мултивибратори.
29. Моностабилни мултивибратори.
30. Кварц. Колпицов осцилатор са кварцом.

Наставник
Радуновић Данило
Потребић Славица

Образовни профил: Електротехничар аутоматике
Изборни предмет: СИСТЕМИ АУТОМАТСКОГ УПРАВЉАЊА

1. Општи блок дијаграм САУ
2. Класификација система управљања.
3. Системи аутоматског управљања и системи аутоматске регулације.
4. Карактеристике система у временском домену.
5. Временска анализа пропорционалног елемента САУ. Навести и објаснити пример пропорционалног елемента САУ.
6. Временска анализа апериодичног елемента САУ Навести и објаснити пример апериодичног елемента САУ.
7. Временска анализа осцилаторног елемента САУ. Навести и објаснити пример осцилаторног елемента САУ.
8. Временска анализа елемента чистог кашњења САУ.
9. Фреквентна анализа пропорционалног елемента и апериодичног елемента САУ.
10. Фреквентна анализа осцилаторног елемента САУ и елемента чистог кашњења.
11. Редна веза елемената САУ.
12. Паралелна веза елемената САУ.
13. Повратна спрега.
14. Поступак претварања блок дијаграма САУ у ГТС
15. Мејсоново правило.
16. Пример налажења функције преноса Мејсоновим правилом.
17. Појам и дефиниција стабилности САУ.
18. Поступак формирања Раусове шеме. Раусов критеријум стабилности.
19. Поступак формирања Хурвицове детерминанте. Хурвицов критеријум стабилности.
20. . Објаснити Никвистов критеријум стабилности на графички начин.
21. Објаснити поступак одређивања претека стабилности за Никвистов критеријум.
22. Објаснити поступак цртања Бодевих дијаграма у зависности од степена астатизма.
23. Објаснити поступак одређивања претека стабилности за Бодев критеријум.
24. Нацртати пример Бодевих дијаграма за стабилан систем.
25. Нацртати пример Бодевих дијаграма за гранично стабилан систем.
26. Нацртати пример Бодевих дијаграма за нестабилан систем.
27. Који су општи захтеви за избор регулатора?
28. Које су методе избора и подешавања регулатора?
29. Централизовано управљање. Блок шема и објашњење.
30. Децентрализовано управљање. Блок шема и објашњење.
31. Нацртати шему и објаснити аутоматску регулацију температуре течности.

Наставник:
Наташа Малешев

Образовни профил: Електротехничар аутоматике
Изборни предмет: Рачунари у системима управљања

1. Управљање процесима помоћу рачунара
2. Хардверска организација рачунара (блок шемаи опис)
3. Оперативни систем за више задатака
4. Вишекориснички систем
5. Отворени и затворени систем управљања
6. Хардверска структура микрорачунарског система за управљање процесима
7. Меморија
8. Микропроцесор
9. Улазно-излазни уређаји
10. Бројачи генератора и импулса
11. Аналогни улаз
12. Аналогни излаз
13. Технике преноса података
14. Систем прекида
15. Модуларна структура ПЛЦ-а
16. Оперативни систем ПЛЦ-а (scan ciklus)
17. Процесорски модул
18. Организација RAM меморије
19. Инструкције ПЛЦ бројача
20. Тајмери
21. ПЛЦ-лествичастии дијаграм (IL1 коло)
22. ПЛЦ-лествичастии дијаграм (NI коло)
23. ПЛЦ-лествичастии дијаграм (NILI коло)
24. ПЛЦ-лествичастии дијаграм (EX-IL1 коло)
25. ПЛЦ-лествичастии дијаграм (I- коло)

Наставник:
Наташа Малешев

Образовни профил: Електротехничар аутоматике
Изборни предмет: МЕРЕЊА У АУТОМАТИЦИ

- 1.Класификација и карактеристике процесних величина
2. Класификација метода мерења.Врсте и поделамерних претварача
3. Појамкретања,брзине и убрзања
4. Отпорнипретварачи помераја
5. Индуктивни и капацитивни претварачи помераја
6. Инкрементни и апсолутни претварачи угаоног помераја
7. Мерење угаоне брзине осовине
8. Претварачи убрзања
9. Појамсиле и напрезања
10. Мернетраке,принцип рада и карактеристике
11. Претварачи моментанапрезања
12. Дефиниција притиска.Клипни и живин манометар
13. Еластичнипретварачи
14. Електромеханичкипретварачи
15. Појам и дефиниција протока.Волуметријски протокометри
16. Диференцијални протокометар
17. Турбински протокометар
- 18.Појамтемпературе,јединице,скеле.Класификација метода и претварача
19. Дилатациони термометри
20. Отпорни термометри
21. Радијациони питометри
22. Мерење нивоа течности.Мерење пловком
23. Капацитивни претварачи нивоа
24. Дискретни мерачи нивоа
25. Дефиниција апсолутне и релативне влажности ваздуха.Мерење влажности ваздуха на бази тачке росе
26. Отпорни и капацитивни влагометар
27. Кондуктометријски гасоанализатори
28. Фотоколориметријски гасоанализатори
29. Густиномер
30. Мерни мостови.Уравнотежење осетљивости.

Наставник
Молнар Владимир

Образовни профил: Електротехничар аутоматике
Изборни предмет: РАЧУНАРИ И ПРОГРАМИРАЊЕ

1. Наведи кораке обраде података (циклус обраде података).
2. Нацртај Фон Нојманов модел архитектуре рачунара.
3. Нацртај и наведи основне функционалне јединице рачунара.
4. Шта је РАМ и чему служи?
5. Шта је магистрала рачунара и наведи њене делове?
6. Нацртај унутрашњу структуру ЦПУ и наведи основне јединице ЦПУ.
7. Шта је АЛУ и чему служи?
8. Наведи кораке извршења инструкције програма.
9. Који магнетни медијуми служе као масовне меморије за чување података рачунара?
10. Објасни принцип магнетног записивања података.
11. Наведи главне карактеристике хард диска.
12. Како се зове део хард диска на који се врши записивање података и од чега је он направљен?
13. Подела штампача према начину штампања.
14. У зависности од технологије приказа, које врсте монитора постоје?
15. Објасни принцип рада ЛЦД монитора
16. Шта је модем и како је добио име?

Нацртати алгоритам и написати програм у развојном окружењу ЦодеБлокс уз коришћење програмског језика Ц за решавање следећих задатака:

1. Учитати број а. Ако је а дељив са 2 исписати ПАРАН, у супротном исписати НИЈЕ ПАРАН
2. Учитати два броја а и б. Већ и од ова два броја помножити за 2 а мањи поделити са 3
3. Од три броја унета са тастатуре (а, б, ц) наћи највећи и исписати га на екрану
4. Са тастатуре се уноси број предмета б и оцене из сваког предмета. Израчунати просек оцена и исписати га на екрану
5. Са тастатуре се уносе природни бројеви м ($m < 100$) и ($n > m$). Сабрати све непарне бројева у интервалу од м до н и резултат исписати на екрану
6. Са тастатуре учитати број х, израчунати његову реципрочну вредност ($y = 1/x$) и исписати је на екрану. Ако је $x=0$ исписати на екрану "Дељење са нулом".
7. Учитати два броја а и б. Израчунати реципрочну вредност већег и исписати је на екрану.

$$y = \begin{cases} b/a, & a \geq 4 \\ a+3, & 0 < a < 4 \\ a+b, & a \leq 0 \end{cases}$$

Написати програм за израчунавање вредности у према излазу

1. Израчунати суму бројева између 100 и 200 дељивих са 11 и исписати резултат на екрану.
2. Са тастатуре се уноси природни број н ($n > 0$). Пребројати колико има парних бројева у интервалу од 0 до н и резултат исписати на екрану.

Наставник:
Бадрљица Драгиша

Образовни профил: Електротехничар аутоматике

Изборни предмет:МИКРОПРОЦЕСОРИ СА ЕЛЕМЕНТИМА ПРОГРАМИРАЊА

1. Микропроцесорска технологије , појам микропроцесора.
2. Основна блок шема МРС, меморије ИО јединице , магистрале.
3. РАМ / РОМ Меморија.
4. Основна блок шема микропроцесора основне ЦПУ јединице.
5. Управљачка јединица.
5. Аритметичко – Логичка јединица
6. Акумулатори и Регистри.
7. Регистри: адресни , контролни , података.
8. Архитектура МЦ6800
9. Архитектура Интел 8085
10. Архитектура Интел 8086
11. Архитектура Интел 80286
12. Архитектура МЦ68000
13. Пренос података.
14. Прекиди микропроцесора са примерима.
15. ДМА Директни меморијски приступ.
16. Појам наредби , формат и типови.
17. Типови записа података , форме записа бројева.
18. Развојна опрема за микропроцесоре
19. Развојни програми.
20. Дијагностика – Тестирање.
21. Оперативна прог. и Развојна опрема.
22. Развојни системи , Емулатори Програма.
23. Развојне станице.
24. Појам Микроконтролера.
25. Примена у комуникацијама.
26. Примена у управљачким процесима.

Наставник
Бунчић Бранко

ОБРАЗОВНИ ПРОФИЛ: Електротехничар аутоматике
ИЗБОРНИ ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА

1. Операције са алгебарским изразима
2. Линеарне и квадратне једначине и неједначине
3. Комплексни бројеви
4. Експоненцијалне и логаритамске једначине и неједначине
5. Тригонометрија
6. Векторски рачун
7. Аналитичка геометрија у равни
8. Планиметрија
9. Стереометрија
10. Низови
11. Математичка индукција
12. Комбинаторика и биномна формула
13. Пропорционалност
14. Реалне функције
15. Интеграли

ЛИТЕРАТУРА

„Математика 1“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг, Београд

„Математика 2“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг, Београд

„Математика 3“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг, Београд

„Математика 4“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг, Београд

„Припрема за пријемни испит из математике„

Зорица Узелац, Невенка Аџић, Раде Дорословачки

Питања из математике за матурски испит

1. Операције са алгебарским изразима
2. Линеарна једначина
3. Линеарна неједначина
4. Квадратна једначина
5. Квадратна неједначина
6. Дискриминанта
7. Вијетова правила
8. Ирационална једначина и неједначина
9. Комплексан број и операције са комплексним бројевима
10. Тригонометријски облик комплексног броја
11. Експоненцијална једначина
12. Експоненцијална неједначина
13. Логаритамска једначина
14. Логаритамска неједначина
15. Тригонометријске функције и особине
16. Тригонометријске једначине
17. Тригонометријске неједначине
18. Вектори и особине
19. Скаларни производ вектора
20. Векторски производ вектора
21. Мешовити производ вектора
22. Једначина праве и особине
23. Једначина кружнице и особине
24. Једначина елипсе и особине
25. Једначина хиперболе и особине
26. Једначина параболе и особине
27. Планиметрија
28. Призма
29. Пирамида, зарубљена пирамида
30. Обртна тела
31. Аритметички низ
32. Геометријски низ
33. Математичка индукција
34. Комбинаторика
35. Биномна формула
36. Пропорције и процентни рачун
37. Реалне функције и особине
38. Примена извода
39. Интеграл
40. Примена интеграла

📖 ОПЕРАЦИЈЕ СА АЛГЕБАРСКИМ ИЗРАЗИМА

1. Упростити изразе :

а) $\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}, a \neq \pm b$

б) $\frac{a^2-b^2}{a-b} \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}, a \neq \pm b$

ц) $\left(\frac{1}{a+b} - \frac{a}{a^2+2ab+b^2}\right) : \left(\frac{1}{a+b} - \frac{a}{a^2-b^2}\right), a \neq \pm b$

д) $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2} \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}\right), a \neq \pm b$

е) $\left(\frac{4(a+b)^2}{ab} - 16\right) \frac{(a+b)^2-ab}{ab} : \frac{a^3-b^3}{ab}, a \neq 0, b \neq 0, a \neq b$

ф) $\frac{1}{\frac{a}{a-2b} - \frac{2b}{a+2b}} \frac{a^2+4b^2}{a^2-4b^2}, a \neq \pm 2b$

г) $\frac{36a-108}{10a^3-270} : \left(\frac{a+3}{a-3} + \frac{a-3}{a+3} - 2\right), a \neq \pm 3$

2. Доказати да је за $a > 0, b > 0, a \neq b$ $\left(\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{\frac{1}{a^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{b^{\frac{1}{2}}}} - \sqrt{ab}}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}\right)^{-2} = 1$

3. Упростити израз $\frac{\sqrt{a^2-2ab+b^2}}{\sqrt{a^2+2ab+b^2}} + \frac{2a}{a+b}$ за а) $0 < b < a$ б) $0 < a < b$

4. Доказати да је за $m > n > 0$, $\left(\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{m-\sqrt{m^2-n^2}} - \frac{m-\sqrt{m^2-n^2}}{m+\sqrt{m^2-n^2}}\right) \frac{n^2}{4m\sqrt{m^2-n^2}} = 1$.

5. Доказати да је за $a > 0, b > 0$, $a \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1} + b \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1} = 2ab$

6. Израчунати $3 \left(\frac{2}{5+\sqrt{10}} - \frac{7}{\sqrt{10}} + \frac{5}{\sqrt{10}-2}\right)$

7. Доказати да је $\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{9+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}} - \sqrt[3]{3} = 0$.

8. Израчунати $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2+\sqrt{3})^2}$.

📖 ЛИНЕАРНЕ И КВАДРАТНЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

9. Решити једначину: $|2x-1| + |x| = 5$.

10. Решити неједначину: $|x+2| < 2x-1$.

11. Решити неједначину: $|2x-5| \leq |x+4|$.

12. За које m ће израз $mx^2 - 2mx + m - 3$ бити негативан за свако $x \in R$?

13. Одредити параметар m тако да решења једначине $mx^2 + 2(m-6)x + m - 3 = 0, m \in R$, има једно (двоструко) реално решење и одредити његов знак не решавајући једначину.

14. Одредити параметар k у једначини $2x^2 - 3x + k - 1 = 0$ тако да решења једначине буду позитивна.

15. За које вредности параметра $m \in R$, је збир корена једначине $x^2 + (2+m-m^2)x - m^2 = 0$ једнак 0?

16. Одредити параметар m тако да један корен једначине $2x^2 + 4x + m - 1 = 0, m \in R$, буде два пута већи од другог.

17. Одредити параметар m тако да решења једначине $x^2 - 2x + m - 3 = 0, m \in R$, задовољавају услов $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

18. Израчунати $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$ где су x_1, x_2 корени једначине $2x^2 - 3ax - 2 = 0, a \in R$.

19. Решити једначину: $2x^2 + |x-1| = 2$.

20. Решити неједначину: $|x^2 - 9| + x^2 - 4 = 5$.
21. Решити неједначину: $|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3$.
22. Решити неједначину $\frac{-x^2+2x-16}{x-6} \geq 3$
23. Решити једначину $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-x} = 1$.
24. Решити једначину: $\sqrt{x-2} + |x-2| = 4$.

КОМПЛЕКСНИ БРОЈЕВИ

25. Наћи комплексан број z који задовољава услов $Re\left(\frac{(1+i)z+2-2i}{3+2i}\right) = Im\left(\frac{(1+i)z+2-2i}{3+2i}\right) = 1$,
26. Израчунати $\sqrt{3+4i}$.
27. Одредити комплексан број z за који је $|z-i| = Imz$ и $Rez = Imz$.
28. Користећи тригонометријски и експоненцијални облик, одредити производ и количник комплексних бројева $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ и $z_2 = 1 + i$.
29. Израчунати $(1+i)^{97}$.
30. Дати су комплексни бројеви $z_1 = 1-i$ и $z_2 = \sqrt{3}+i$, $z_3 = 1 + \sqrt{3}i$. Израчунати $\frac{z_1^{10}}{z_2^9} z_3^5$
31. Наћи сва решења једначине $z^6 + 1 = 0$.

ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНЕ И ЛОГАРИТАМСКЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

32. Решити једначине:

а) $3^x - 23^{x-1} = \frac{1}{9}$ б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-20x+61.5} = \frac{8}{\sqrt{2}}$ в) $3^{\sqrt{x}} + 2 \cdot 3^{\sqrt{x}-1} = 15$ г) $\frac{1}{8} \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x}$

33. Решити системе једначина : $\begin{cases} 3^x - 3 \cdot 2^y = 11 \\ 4 \cdot 3^x + 2^y = 8 \end{cases}$

34. Решити једначине:

а) $16^x - 3 \cdot 4^x + 2 = 0$ б) $5^{2x-3} = 3 + 2 \cdot 5^{x-2}$ в) $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$, $x \geq 2$

35. Решити једначине:

а) $20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0$ б) $7 \cdot 9^x - 10 \cdot 21^x + 3 \cdot 49^x = 0$ в) $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$, $x \geq 2$

36. Решити неједначине: а) $2^{3-6x} > 1$ б) $(0.1)^{4x^2-2x-2} \leq (0.1)^{2x-3}$ в) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{2+5x}} \leq \frac{25}{4}$, $x \neq \frac{2}{5}$

37. Решити једначине:

а) $\log_{x-2}(2x-1) = 2$ б) $\log_7(\log_5(\log_2 x)) = 0$, $x > 0$
 в) $\log_6(x+1) + \log_6(2x+1) = 1$ г) $\log_5^2 x = 3 + \log_6 x^2$, $x > 0$

38. Решити једначине:

а) $\log_{x^3} 8 - \log_{\frac{1}{x^2}} 2 = 3$, $x > 0$, $x \neq 1$ б) $\log_{x^2} 81 - 3 \log_{27} x = 1$, $x > 0$, $x \neq 1$

в) $\log_2 \sqrt[3]{x} - \log_4 x^3 + 2 \log_8 x = \frac{3}{2}$, $x > 0$ г) $\frac{1}{6} \log_2(x-2) - \frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5}$

39. Решити неједначине:

$$\text{a) } \log_5(3x - 1) < 1 \quad \text{б) } \log_{\frac{1}{5}}(5x - 1) > 0 \quad \text{в) } \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 6) > 1, \quad \text{г)}$$

$$\log_3 \frac{1+2x}{1+x} < 1$$

$$40. \text{ Решити системе једначина : } \begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 2 + \log_3 2 \\ \log_{27}(x + y) = \frac{2}{3}x > 0, y > 0 \end{cases}$$

ТРИГОНОМЕТРИЈА

$$41. \text{ Ако је } ctg \alpha = 0,75, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}, \text{ одредити вредности за } \sin \alpha, \cos \alpha, tg \alpha \text{ и } tg \left(\frac{15\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$42. \text{ Решити једначину } \sin 5x - \sqrt{3} \cos 5x = \sqrt{3}.$$

$$43. \text{ Решити једначину } 1 + \sin 2x = (\sin 2x - \cos 2x)^2.$$

$$44. \text{ Решити једначину } tg x \left(tg x + \frac{1}{\cos x} \right) = 1.$$

$$45. \text{ Ако је } \alpha + \beta = 60^\circ \text{ и } \cos \alpha = \frac{11}{13}, \alpha > 0^\circ, \beta > 0^\circ, \text{ одредити } \sin 2\beta.$$

$$46. \text{ Решити једначину } \sin 3x = 4 \sin x \cos 2x.$$

$$47. \text{ Решити једначину } \cos \left(\frac{\pi}{2} + 5x \right) + \sin x = 2 \cos 3x.$$

$$48. \text{ Решити тригонометријске неједначине у скупу } R: \text{ а) } \sin x + \sqrt{3} \cos x > 0 \quad \text{б) } 2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2 \geq 0$$

$$49. \text{ Решити неједначину } \log_2 \left(\sin \frac{x}{2} \right) < 1 \text{ на интервалу } (0, 2\pi].$$

ВЕКТОРСКИ РАЧУН

$$50. \text{ Ако су } M \text{ и } N \text{ средине страница } BC \text{ и } AD \text{ четвороугла } ABCD \text{ онда је } \overline{2MN} = \overline{CD} + \overline{BA}$$

51. Нека је M произвољна тачка а T тежиште троугла. Доказати :

$$\text{а) } \overline{MT} = \frac{1}{3}(\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}) \quad \text{б) } \overline{TA} + \overline{TB} + \overline{TC} = \vec{0}.$$

$$52. \text{ Пресек дијагонала ромба } ABCD \text{ је } S. \text{ Изразити } \overline{2AB} - \frac{1}{4}\overline{AD} \text{ преко вектора } \vec{u} = \overline{BD} \text{ и } \vec{v} = \overline{SC}.$$

$$53. \text{ Дат је правилан шестоугао } ABCDEF. \text{ Ако је } \vec{a} = \overline{AB} \text{ и } \vec{b} = \overline{BC} \text{ изразити преко ових вектора векторе } \overline{CD}, \overline{AE}, \overline{FB}, \overline{OA} \text{ и } 3\overline{OB} - \frac{1}{2}\overline{CE}, \text{ где је } O \text{ центар описане кружнице око шестоугла.}$$

$$54. \text{ Пресек дијагонала паралелограма } ABCD \text{ је } M. \text{ Помоћу вектора } \vec{a} = \overline{BM} \text{ и } \vec{b} = \overline{MC}, \text{ изразити } \frac{1}{4}\overline{DA} - 2\overline{CD}.$$

$$55. \text{ Одредити параметар } p \text{ тако да вектори } \vec{a} = 2i - pj + \vec{k} \text{ и } \vec{b} = 2pi + 4j - 2\vec{k} \text{ буду ортогонални.}$$

$$56. \text{ Одредити дужине дијагонала, угао између њих и површину паралелограма који образују вектори } \vec{a} = (1, 1, 0), \vec{b} = (1, 2, 2).$$

$$57. \text{ Испитати да ли су вектори } \vec{a} = 6i + j + \vec{k}, \vec{b} = 3j - \vec{k} \text{ и } \vec{c} = 2i + 3j + 5\vec{k} \text{ компланарни и одредити } \lambda \in R \text{ тако да вектори } \vec{a} + \lambda \vec{b} \text{ и } \vec{c} \text{ буду ортогонални}$$

$$58. \text{ Одредити јединични вектор нормалан на векторе } \overline{AB} \text{ и } \overline{BC} \text{ где је } A(1, 0, 1), B(2, -1, 0), C(-1, 1, 0)$$

$$59. \text{ Ако су тачке } A(1, 0, 1), B(3, 1, 1), C(4, 2, 3) \text{ три темена паралелограма који представља основу пираиде са врхом у тачки } E(2, 2, 6). \text{ Одредити четврто теме основе и висину пираиде.}$$

СТЕРЕОМЕТРИЈА

71. У сферу полупречника R , уписана је коцка. Израчунати површину коцке.
72. Основе праве призме је једнакостраничан троугао око кога је описан круг полупречника $r = 2$ тј. посматрамо правилну, тространу призму око чије основе је описан круг полупречника $r = 2$.
- а) Израчунати површину основе призме
б) Израчунати површину призме ако је њена запремина једнака запремини коцке странице $a_1 = 2$.
73. Основна ивица правилне, шестостране призме је полупречника $a = 3$, а дијагонала бочне стране је полупречника $d = 6$.
- а) Израчунати површину и запремину призме
б) Израчунати површину и запремину ваљка описаног око призме.
74. Основа праве призме је једнакокраки трапез са основицама $a = 21$ и $b = 11$ и краком $c = 13$. Површина дијагоналног пресека је $P_d = 180$. Израчунати:
- а) површину и запремину призме
б) површину пресека који пролази кроз дужу основицу a доње основе и краћу основицу b горње основе
75. Ако се полупречник сфере повећа за 1, њена површина се повећа за 8π . За колико се повећа њена запремина?
76. Дат је једнакостранични троугао странице a . Одредити површину и запремину тела које се добија ротацијом датог троугла око: а) висине троугла б) једне странице троугла.
77. Основна ивица праве, правилне тростране пирамиде је $a = 10$, а угао који бочна страна заклапа са основом је $\alpha = 30^\circ$. Израчунати: а) површину и запремину пирамиде б) дужину бочне ивице.
78. Висина праве купе подељена ју у односу 1:2:3 рачунајући од врха, равнима које су паралелне равни основе. Одредити одно запремине средњег дела и запремине полазне купе.
79. Израчунати површину омотача праве, зарубљене купе, ако њена изводница заклапа угао од 30° са равни основе а површина оног пресека је 5.
80. Дата је права, правилна, тространа, зарубљена пирамиде са основицама $a = 9$ и $b = 3$ и бочном ивицом $= 5$. Израчунајте: а) површину и запремину пирамиде б) површину и запремину зарубљене купе описане око пирамиде.

НИЗОВИ (ПРОГРЕСИЈЕ)

81. Наћи први члан a_1 и диференцију d аритметичког низа ако је $a_2 + a_5 = a_3 = 10$ и $a_2 + a_9 = 17$.
82. Наћи аритметички низ ако је збир првих n чланова $S_n = 7n^2 + 5n$.
83. Код растућег аритметичког низа збир прва три члана је 27, а збир њихових квадрата је 275. Одредити: а) први члан a_1 и диференцију d б) збир свих чланова са двоцифреним индексом.
84. Збир прва четири члана растућег геометријског низа је 30, а збир следећа четири члана је 480. Израчунати:
а) први члан b_1 и количник q б) збир првих дванаест чланова низа.
85. Збир прва три члана растућег геометријског низа је 13 а њихов производ је 27. Израчунати :

а) први члан b_1 и количник q б) збир првих пет чланова низа.

86. Збир свих чланова геометријског низа је 32, а разлика првог и другог члана је једнака 8. Одредити који члан низа је једнак 1.

МАТЕМАТИЧКА ИНДУКЦИЈА

87. Доказати да је $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ за свако $n \in \mathbb{N}$.

88. Доказати да је $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ за свако $n \in \mathbb{N}$.

89. Доказати да је $n^3 + 3n^2 + 5n + 3$ дељиво са 3 за свако $n \in \mathbb{N}$.

90. Доказати да је број $6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$ дељив са 11 за свако $n \in \mathbb{N}$.

91. Доказати да је израз $4^n + 15n - 1$ дељив са 9 за свако $n \in \mathbb{N}$.

 РЕАЛНЕ ФУНКЦИЈЕ

105. Израчунати граничну вредност : а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2x^2 - 3\sqrt{x} + 1}}{\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1}}$

б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - x^3}{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}$

106. Израчунати граничну вредност :

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{2x^2 + 11x + 15}$

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{x^3 - x^2 - x - 2}$

г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^4 - x^3 - x + 1}$

д) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{x^3 - 3x^2 + 4}$

107. Израчунати граничну вредност : а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - x}{x-3}$

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

108. За дату криву написати једначину тангенте и нормале у тачки M која припада кривој:

а) $y = x^3 + x + 1, M(1, y_0)$

б) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}, M(3, y_0)$

109. Одредити домен, ток и екстремне вредности функција :

а) $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$

б) $y = \frac{e^x}{(1+x)}$

в) $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

г) $\sqrt{x^2 - 2}$

д) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

 **ИНТЕГРАЛИ**

110. Наћи интеграле :

$$\text{а) } I = \int \sqrt[3]{x^{\frac{2}{3}}: x^{-4}} dx$$

$$\text{б) } I = \int \frac{3^{x+1} - 2^{x-1}}{6^x} dx \quad \text{в) } I = \int \frac{x^3 + x - 2}{x^2 + 1} dx$$

111. Методом смене наћи интеграле :

$$\text{а) } I = \int (x + 1)^5 dx \quad \text{б) } I = \int e^{-2x} dx \quad \text{в) } I = \int \sin^2 x dx$$

$$\text{г) } I = \int \cos^3 x dx$$

$$\text{д) } I = \int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5} dx \quad \text{е) } I = \int \sqrt{8 + 2x - x^2} dx$$

112. Методом парцијалне интеграције наћи интеграле :

$$\text{а) } I_a = \int \ln x dx \quad \text{б) } I_b = \int \arcsin x dx \quad \text{в) } I_c = \int e^{2x} \sin x dx \quad \text{г) } I_c = \int e^{2x} \cos 2x dx$$

$$113. \text{ Израчунати : } \int_0^1 x^2 e^x dx.$$

114. Израчунати површину ограничену кривом $y = \sin x$ и правама $x = 0$ и $x = 2\pi$.

115. Израчунати површину ограничену кривом $y = x^3 - x^2 - x$, x -осом и правама $x = 0$ и $x = 4$.