

**Образовни профил: Електротехничар процесног управљања**  
**Изборни предмет: МЕРЕЊА У ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦИ И ЕЛЕКТРИЧНА**  
**МЕРЕЊА**

1. Мерни процес, мерни поступци.
2. Директна и индиректна мерења.
3. Одређивање систематске грешке код директних и индиректних мерења.
4. Метролошке карактеристике дигиталних мерних средстава.
5. Мерење отпорности уземљења амперметром и волтметром.
6. Мерење отпорности уземљења Берендовом методом.
7. Мерење врло великих отпорности и отпорности изолације.
8. Осцилоскопи.
9. Катодна цев.
10. Блок шема осцилоскопа.
11. Синхронизација.
12. Подешавање осцилоскопа.
13. Мерење напона, учестаности и фазне разлике осцилоскопом.
14. Генератори функција.
15. Дигитални фреквенцметри.
16. Мерење средњих и ниских учестаности.
17. Тачноист мерења.
18. Блок шема дигиталног мултиметра.
19. А/D конверзија методом двојне интеграције.
20. Основно мерно коло.
21. Претварач напона у ниски једносмерни напон.
22. Претварач струје у ниски једносмерни напон.
23. Претварач отпорности у ниски једносмерни напон.
24. Четворожично мерење отпорности. Келвинова клешта.
25. Дигитални RLC метар.
26. Дигитални ватметар.
27. Дигитални варметар.
28. Дигитални косинусфиметар.
29. Дигитална бројила електричне енергије.
30. Струјни мерни трансформатори.
31. Холов ефекат.
32. Струјна клешта за једносмерну и наизменичну струју.
33. Напонски трансформатори.
34. Капацитивни мерни трансформатори.
35. Методе мерења грешака струјних и напонских мерних трансформатора, компензовања.
36. Овера мерних трансформатора.
37. Струјне сонде за осцилоскопе.
38. Мерење активне снаге дигиталним ватметром у једнофазном и трофазном систему.

39. Мерење активне снаге дигиталним ватметром у трофазном трожичном и четворожичном систему, симетрично и несиметрично оптерећеном.
40. Полуиндиректно и индиректно мерење активне снаге помоћу дигиталног ватметра, струјног и напонског трансформатора.
41. Мерење реактивне снаге дигиталним варметром у трофазном трожичном и четворожичном систему, симетрично и несиметрично оптерећеном.
42. Полуиндиректно и индиректно мерење реактивне снаге помоћу дигиталног варметра, струјног и напонског трансформатора.
43. Полуиндиректно и индиректно мерење реактивне снаге помоћу дигиталног варметра, струјног и напонског трансформатора.
44. Мерење фактора снаге.
45. Мерење активне електричне енергије дигиталним бројилом.
46. Повезивање, управљање, тарифирање и даљинско читавање.
47. Директна дигитална мерна група, повезивање, управљање, тарифирање и даљинско читавање.
48. Нисконапонска мерна група, повезивање, управљање, тарифирање и даљинско читавање.
49. Висконапонска мерна група, повезивање, управљање, тарифирање и даљинско читавање.
50. Мерење неелектричних величина електричним путем.
51. Параметарски, генераторски мерни претварачи.
52. Електронско мерење брзине обртања.
53. Мерење температуре.

1. Физичке величине и систем мерних јединица.
2. Основни појмови у мерној техници.
3. Класификација мерних метода.
4. Дефинисање мерних грешака и обрада резултата мерења.
5. Класификација мерних грешака: грубе, систематске и случајне.
6. Прибор за електрична мерења.
7. Реостатски и потенциометарски спој.
8. Мерни домаћај, константа инструмента и осетљивост.
9. Инструмент са кретним калемом: конструкција и принцип рада.
10. Инструмент са кретним калемом и исправљачем.
11. Предности и мане инструмента са кретним калемом.
12. Амперметар са кретним калемом: проширивање мерног опсега.
13. Волтметар са кретним калемом: проширивање мерног опсега.
14. Омметар са кретним калемом.
15. Универзални инструмент.
16. Електродинамички инструмент: конструкција и принцип рада.
17. Предности и мане електродинамичког инструмента.

18. Електродинамички амперметар, волтметар и ватметар.
19. Мерење активне снаге електродинамичким ватметром.
20. Мерење реактивне снаге електродинамичким варметром.
21. Индукционо бројило активне енергије.
22. Одређивање места квара мегаомметром.
23. Налажење места земљоспоја методом једног омметра.
24. Налажење места прекида методом једног омметра.
25. Налажење места кратког споја.
26. Метода рефлексије импулса за одређивање места и врсте квара на кабловима.ж
27. Дигиталнимултиметри.

Наставник  
Секулић Јован  
Свитлица Александар  
Савић Оливера

**Образовни профил: Електротехничар процесног управљања**  
**Изборни предмет: ЕЛЕКТРОНИКА И ЕНЕРГЕТСКА ЕЛЕКТРОНИКА**

1. Проводност чистог полупроводника
2. Полупроводници П и Н типа
3. ПН спој и поларизација ПН споја
4. Пробој ПН споја
5. Усмерачка диода
6. Једнострану усмерач
7. Двострану усмерач-Грецов спој
8. Стабилизаторске (Ценерове) диоде
9. Биполарни транзистори
10. Појачавач са заједничким емитором
11. ФЕТ транзистори
12. МОСФЕТ транзистори
13. Појачавач са ФЕТ-ом
14. Еквивалентна шема транзистора за наизменични режим рада
15. Оптоелектроника-фотодиоде, фотоотпорници, фототранзистори, ЛЕД диоде
16. Операциони појачавач , карактеристике и еквивалентно коло
17. Примена операционог појачавача- инвертујући и неинвертујући опрациони појачавач
18. Пасивна кола за интеграљење и диференцирање
19. Основна логичка кола
20. Аритматичка кола и операције
21. Флип-флопови (RS, JK, T, D)
22. Снажне диоде
23. Снажни биполарни транзистори

24. Дарлингтонов спој, извођење еквивалентног струјног појачања у једносмерном режиму рада
25. Снажни МОСФЕТ
26. ИГБТ транзистори
27. Тиристор, статичка карактеристика тиристора
28. Начин укључења и искључења тиристора
29. Тријак, статичка карактеристика, понашање у колу наизменичне струје
30. Једнофазни диодни полуталасни исправљач
31. Једнофазни тиристорски полуталасни исправљач
32. Једнофазни диодни исправљач са средњом тачком
33. Једнофазни тиристорски исправљач са средњом тачком
34. Једнофазни диодни исправљач у мосном споју
35. Једнофазни тиристорски исправљач у мосном споју
36. Трофазни диодни исправљач са средњом тачком
37. Трофазни торосторски исправљач са средњом тачком
38. Трофазни диодни исправљач у моном споју
39. Трофазни тиристорски исправљач у мосном споју
40. Инвертори вођени мрежом
41. Струјни инвертори
42. Напонски једнофазни транзисторски инвертори у Н мосту са омским и омско-индуктивним потерећењем
43. Трофазни напонски транзисторски инвертор
44. Наизменични претварач са једностраном фазном регулацијом
45. Наизменични претварач са двостраном фазном регулацијом.
46. Транзисторски чопер спуштач напона

Наставник  
Скоко Саша  
Коларски Петар  
Миљковић Станојевић Тамара

**Образовни профил: Електротехничар процесног управљања**  
**Изборни предмет : ЕЛЕКТРИЧНЕ МАШИНЕ СА ИСПИТИВАЊЕМ**

1. Склоп и основни делови МЈСС.
2. Намот индукта МЈСС
3. Принцип рада МЈСС
4. Израз индукованог напона и момента МЈСС
5. Магнетна реакција индукта МЈСС
6. Средство за сузбијање магнетне реакције индукта МЈСС
7. Комутација МЈСС
8. Врсте МЈСС према начину побуђивања
9. Карактеристике генератора ЈСС
10. Карактеристике мотора ЈСС
11. Пуштање у рад МЈСС
12. Регулација брзине мотора ЈСС
13. Склоп и основни делови СМ
14. Принцип рада СМ
15. Векторски дијаграм напона статора СМ
16. Карактеристике СМ
17. Паралелни рад СМ
18. Синхрони мотор
19. Мордејеве криве
20. Примена СМ за поправак  $\cos\varphi$
21. Сврха енергетских трансформатора
22. Магнетно коло трансформатора
23. Трансформаторски суд и прибор
24. Принцип рада ТР
25. Индукциони напон у навојку и навоју ТР.
26. Струја П.Х. трансформатора
27. Еквивалентна спрега ТР
28. Режим рада трансформатора при П.Х.
29. Режим рада при К.С.
30. Дијаграм спрезања трофазних ТР
31. Паралелни рад ТР
32. Склоп и врсте АМ
33. Принцип рада АМ
34. Трансформаторско понашање АМ
35. Клизање. Учестаност у ротору
36. Губици снаге у АМ

37. Механичка к-ка асинхроне машина
38. Стабилност рада АМ
39. Пуштање у рад асинхроног мотора
40. Мењање брзине обртања АМ
41. Једнофазни АМ

Наставник  
Обрехт Петар  
Родић Петар

**Образовни профил: Електротехничар процесног управљања**  
**Изборни предмет: УПРАВЉАЊЕ ЕЛЕКТРОМОТОРНИМ ПОГОНОМ**

1. Предности и мане електромоторних погона
2. Основна структура електромоторног погона
3. Основни појмови о управљању и регулацији електромоторним погоном
4. Врсте електромоторног погона
5. Врсте оптерећења електромотора-механичке карактеристике
6. Начини спајања електромотора са радном машином
7. Механичка једначина кретања (транслаторно и ротационо кретање)
8. Трајање прелазних процеса при покретању и заустављању
9. Загревање и халђење електромотора
10. Одређивање номиналне снаге мотора према номиналном моменту и обрнуто
11. Свођење ротационог кретања на једну осу обртања (свођење момента, брзине, инерције на вратило мотора)
12. Избор електромотора за електрични погон-метода средње вредности губитака
13. Избор електромотора за електрични погон-метода еквивалентне струје
14. Избор електромотора за електрични погон-метода еквивалентног момента
15. Избор електромотора за електрични погон-метода еквивалентне снаге
16. Енергетски претварачи у системима управљања
17. Промена брзине асинхроног мотора са намотаним ротором додавањем отпора у коло ротора
18. Промена брзине асинхроног мотора променом пари полова
19. Промена брзине обртања асинхроног мотора променом фреквенције напајања статора

20. Промена брзине клизноколутног асинхроног мотора применом каскаде (Крамеова каскада)
21. Промена брзине мотора једносмерне струје додавањем отпора у коло ротора
22. Промена брзине једносмерног мотора променом напона индуктора и индукта (побуде и арматуре)
23. Регулација брзине мотора једносмерне струје применом Вард-Леонардове групе
24. Управљање мотором једносмерне струје применом тиристорског чопера
25. Управљање мотором једносмерне струје применом транзисторског чопера у Н мосту
26. Синхронизација електромотора у електромоторном погону
27. Принцип регулације у функцији времена електромотора
28. Принцип регулације електромотора у функцији струје
29. Принцип регулације електромотора у функцији брзине
30. Преглед основних и сложених регулатора
31. Одређивање функције преноса у отпореној и затвореној петљи
32. Одређивање квалитета прелазних процеса електромоторног погона
33. Регулациони блок дијаграм мотора једносмерне струје са независном побудом са имплементацијом PI-брзинског и струјног регулатора
34. Пример система V/f управљања асинхроним мотором
35. Пример V/f управљања са компензацијом клизања
36. V/f управљање са имплементацијом регулатора струје и брзине
37. Микроконтролерско управљање једносмерним мотором
38. Микроконтролерско управљање једнофазним инвертором и једнофазним асинхроним мотором
39. Микроконтролерско управљање трофазним инвертором и трофазним асинхроним мотором.

Наставник  
Скоко Саша

**Образовни профил: Електротехничар процесног управљања**  
**Изборни предмет: ЕЛЕКТРИЧНО ПОКРЕТАЊЕ**

1. Отпори кретања
2. Атхезија
3. Вучни мотори
4. Механички делови локомотиве
5. Дизел- електричне локомотиве
6. Електрично кочење
7. Врсте кочница на трамвају
8. Управљање тролејбусом
9. Контактна мрежа
10. Електровучне подстанции
11. Уређаји код дизалица и лифтова
12. Хибридни погон
13. Начин напајања уређаја за електрично покретање
14. Заштитни и сигурносни уређаји код лифтова и дизалица
15. Погонска и управљачка опрема трамваја
16. Одржавање лифтова Техничка контрола лифта
17. Стратегија управљања лифтовима
18. Сигнализација лифта
19. Електричнашема везе аутоматских врата
20. Разводна табла лифта

Наставник  
Васић Бранка  
Бокић Ђуро



**Образовни профил: Електротехничар процесног управљања**  
**Изборни предмет : Програмабилни логички контролери и**  
**микроконтролери**

1. Шта је ПЛЦ у систему аутоматског управљања?
2. Структура ПЛЦ-а?
3. За чега служи централна процесорска јединица?
4. Која је основна карактеристика ПЛЦ-а?
5. Улазни модули ПЛЦ-а?
6. Излазни модули ПЛЦ-а?
7. Начин рада ПЛЦ-а?
8. Програмирање ПЛЦ-а?
9. Навести инструкције улаза/излаза (прилагодни степен)?
10. Меморијска мапа ПЛЦ-а?
11. Навести намену IR и SR области?
12. Навести намену HR и TR области?
13. Објани област тајмера и бројача?
14. Шта је програмски скен циклус?
15. Објасни и нацртај Ледер инструкције LOAD, LOAD NOT?
16. Објасни и нацртај Ледер инструкције AND, AND NOT?
17. Објасни и нацртај инструкције OR, OR NOT?
18. Објасни и нацртај инструкције SET, RESET, а TIMER?
19. Навести најосновније функције SCADA система?
20. Који су елементи SCADA система?
21. Колико издвојених целина има SCADA у пракси и које су то целине?
22. Шта је Profibus?
23. Шта је Device Net?
24. Тајмери
25. Бројачи
26. Аналогни компаратори
27. Бит наредбе
28. Аналогни сигнали
29. Дигитални сигнали
30. Бројни системи (vrste i konverzija)
31. Oscilator (konstrukcija i uslov oscilovanja, amplitudska i frekventna stabilizacija)
32. Interapt sistem (pojam, obrada prekida i višestruki prekidi)
33. Arhitektura mikrokontrolera (vrste, opis i primena)
34. Serijska i paralelna komunikacija (odčega zavisi, vrste i karakteristike)
35. RAM (vrste, karakteristike i primena)
36. ROM (vrste, karakteristike i primena)
37. I<sup>2</sup>C i SPI/ UART serijska komunikacija
38. Brojači (opis, tipovi, primena)
39. Tajmeri (namena, hardverska struktura i proširenje opsega)
40. Set instrukcija mikroprocesora (vrste i opis)

41. CPU (sastav, funkcije i opis)

**Наставник**  
Наташа Малешев  
Караба Милица  
Новица Гутовић

**ОБРАЗОВНИ ПРОФИЛ: Електротехничар процесно управљање**  
**ИЗБОРНИ ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА**

1. Операције са алгебарским изразима
2. Линеарне и квадратне једначине и неједначине
3. Комплексни бројеви
4. Експоненцијалне и логаритамске једначине и неједначине
5. Тригонометрија
6. Векторски рачун
7. Аналитичка геометрија у равни
8. Планиметрија
9. Стереометрија
10. Низови
11. Математичка индукција
12. Комбинаторика и биномна формула
13. Пропорционалност
14. Реалне функције
15. Интегрални

**ЛИТЕРАТУРА**

„Математика 1“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг , Београд  
„Математика 2“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг , Београд  
„Математика 3“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг , Београд  
„Математика 4“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг , Београд  
„Припрема за пријемни испит из математике„  
Зорица Узелац, Невенка Аџић, Раде Дорословачки

## Питања из математике за матурски испит

1. Операције са алгебарским изразима
2. Линеарна једначина
3. Линеарна неједначина
4. Квадратна једначина
5. Квадратна неједначина
6. Дискриминанта
7. Вијетова правила
8. Ирационална једначина и неједначина
9. Комплексан број и операције са комплексним бројевима
10. Тригонометријски облик комплексног броја
11. Експоненцијална једначина
12. Експоненцијална неједначина
13. Логаритамска једначина
14. Логаритамска неједначина
15. Тригонометријске функције и особине
16. Тригонометријске једначине
17. Тригонометријске неједначине
18. Вектори и особине
19. Скаларни производ вектора
20. Векторски производ вектора
21. Мешовити производ вектора
22. Једначина праве и особине
23. Једначина кружнице и особине
24. Једначина елипсе и особине
25. Једначина хиперболе и особине
26. Једначина параболе и особине
27. Планиметрија
28. Призма
29. Пирамида, зарубљена пирамида
30. Обртна тела
31. Аритметички низ
32. Геометријски низ
33. Математичка индукција
34. Комбинаторика
35. Биномна формула
36. Пропорције и процентни рачун
37. Реалне функције и особине
38. Примена извода
39. Интеграли
40. Примена интеграла

## ОПЕРАЦИЈЕ СА АЛГЕБАРСКИМ ИЗРАЗИМА

1. Упростити изразе :

а)  $\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}, a \neq \pm b$

б)  $\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}, a \neq \pm b$

ц)  $\left(\frac{1}{a+b} - \frac{a}{a^2+2ab+b^2}\right) : \left(\frac{1}{a+b} - \frac{a}{a^2-b^2}\right), a \neq \pm b$

д)  $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2} \cdot \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}\right), a \neq \pm b$

е)  $\left(\frac{4(a+b)^2}{ab} - 16\right) \cdot \frac{(a+b)^2-ab}{ab} : \frac{a^3-b^3}{ab}, a \neq 0, b \neq 0, a \neq b$

ф)  $\frac{1}{\frac{a}{a-2b} - \frac{2b}{a+2b}} \cdot \frac{a^2+4b^2}{a^2-4b^2}, a \neq \pm 2b$

г)  $\frac{36a-108}{10a^3-270} : \left(\frac{a+3}{a-3} + \frac{a-3}{a+3} - 2\right), a \neq \pm 3$

2. Доказати да је за  $a > 0, b > 0, a \neq b$   $\left(\frac{\frac{3}{a^2+b^2} - \frac{3}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} - \sqrt{ab}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}\right)^{-2} = 1$

3. Упростити израз  $\frac{\sqrt{a^2-2ab+b^2}}{\sqrt{a^2+2ab+b^2}} + \frac{2a}{a+b}$  за а)  $0 < b < a$  б)  $0 < a < b$

4. Доказати да је за  $m > n > 0$ ,  $\left(\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{m-\sqrt{m^2-n^2}} - \frac{m-\sqrt{m^2-n^2}}{m+\sqrt{m^2-n^2}}\right) \cdot \frac{n^2}{4m\sqrt{m^2-n^2}} = 1$ .

5. Доказати да је за  $a > 0, b > 0$ ,  $a \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1} + b \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1} = 2ab$

6. Израчунати  $3 \left(\frac{2}{5+\sqrt{10}} - \frac{7}{\sqrt{10}} + \frac{5}{\sqrt{10}-2}\right)$

7. Доказати да је  $\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} - \sqrt[3]{3} = 0$ .

8. Израчунати  $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ .

## ЛИНЕАРНЕ И КВАДРАТНЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

9. Решити једначину:  $|2x - 1| + |x| = 5$ .

10. Решити неједначину:  $|x + 2| < 2x - 1$ .

11. Решити неједначину:  $|2x - 5| \leq |x + 4|$ .

12. За које  $m$  ће израз  $mx^2 - 2mx + m - 3$  бити негативан за свако  $x \in R$  ?

13. Одредити параметар  $m$  тако да решења једначине  $mx^2 + 2(m-6)x + m - 3 = 0, m \in R$ , има једно (двоструко) реално решење и одредити његов знак не решавајући једначину.

14. Одредити параметар  $k$  у једначини  $2x^2 - 3x + k - 1 = 0$  тако да решења једначине буду позитивна.

15. За које вредности параметра  $m \in R$ , је збир корена једначине  $x^2 + (2+m-m^2)x - m^2 = 0$  једнак 0?

16. Одредити параметар  $m$  тако да један корен једначине  $2x^2 + 4x + m - 1 = 0, m \in R$ , буде два пута већи од другог.

17. Одредити параметар  $m$  тако да решења једначине  $x^2 - 2x + m - 3 = 0, m \in R$ , задовољавају услов  $x_1^2 + x_2^2 = 2$ .
18. Израчунати  $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$  где су  $x_1, x_2$  корени једначине  $2x^2 - 3ax - 2 = 0, a \in R$ .
19. Решити једначину:  $2x^2 + |x - 1| = 2$ .
20. Решити неједначину:  $|x^2 - 9| + x^2 - 4 = 5$ .
21. Решити неједначину:  $|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3$ .
22. Решити неједначину  $\frac{-x^2+2x-16}{x-6} \geq 3$
23. Решити једначину  $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-x} = 1$ .
24. Решити једначину:  $\sqrt{x-2} + |x-2| = 4$ .

### КОМПЛЕКСНИ БРОЈЕВИ

25. Наћи комплексан број  $z$  који задовољава услов  $Re\left(\frac{(1+i)z+2-2i}{3+2i}\right) = Im\left(\frac{(1+i)z+2-2i}{3+2i}\right) = 1$ ,
26. Израчунати  $\sqrt{3+4i}$ .
27. Одредити комплексан број  $z$  за који је  $|z-i| = Imz$  и  $Rez = Imz$ .
28. Користећи тригонометријски и експоненцијални облик, одредити производ и количник комплексних бројева  $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$  и  $z_2 = 1 + i$ .
29. Израчунати  $(1+i)^{97}$ .
30. Дати су комплексни бројеви  $z_1 = 1-i$  и  $z_2 = -\sqrt{3}+i, z_3 = 1+\sqrt{3}i$ . Израчунати  $\frac{z_1^{10}}{z_2^9} \cdot z_3^5$
31. Наћи сва решења једначине  $z^6 + 1 = 0$ .

### ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНЕ И ЛОГАРИТАМСКЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

32. Решити једначине:
- а)  $3^x - 23^{x-1} = \frac{1}{9}$       б)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-20x+61.5} = \frac{8}{\sqrt{2}}$       в)  $3^{\sqrt{x}} + 2 \cdot 3^{\sqrt{x}-1} = 15$       г)
- $\frac{1}{8} \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x}$
33. Решити системе једначина :       $3^x - 3 \cdot 2^y = -11$   
 $4 \cdot 3^x + 2^y = 8$
34. Решити једначине:
- а)  $16^x - 3 \cdot 4^x + 2 = 0$       б)  $5^{2x-3} = 3 + 2 \cdot 5^{x-2}$  в)  $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10$ .
- $2^{\sqrt{x-2}}, x \geq 2$
35. Решити једначине:

а)  $20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0$       б)  $7 \cdot 9^x - 10 \cdot 21^x + 3 \cdot 49^x = 0$  в)  $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}, x \geq 2$

36. Решити неједначине: а)  $2^{3-6x} > 1$       б)  $(0.1)^{4x^2-2x-2} \leq (0.1)^{2x-3}$  в)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{2+5x}} \leq \frac{25}{4}, x \neq -\frac{2}{5}$

37. Решити једначине:

а)  $\log_{x-2}(2x-1) = 2$       б)  $\log_7(\log_5(\log_2 x)) = 0, x > 0$

в)  $\log_6(x+1) + \log_6(2x+1) = 1$       г)  $\log_5^2 x = 3 + \log_6 x^2, x > 0$

38. Решити једначине:

а)  $\log_{x^3} 8 - \log_{\frac{1}{x^2}} 2 = 3, x > 0, x \neq 1$       б)  $\log_{x^2} 81 - 3 \log_{27} x = 1, x > 0, x \neq 1$

в)  $\log_2 \sqrt[3]{x} - \log_4 x^3 + 2 \log_8 x = \frac{3}{2}, x > 0$       г)  $\frac{1}{6} \log_2(x-2) - \frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5}$

39. Решити неједначине:

а)  $\log_5(3x-1) < 1$       б)  $\log_{\frac{1}{5}}(5x-1) > 0$       в)  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+6) > -1,$

г)  $\log_3 \frac{1+2x}{1+x} < 1$

40. Решити системе једначина:  $\log_3 x + \log_3 y = 2 + \log_3 2$

$\log_{27}(x+y) = \frac{2}{3}, x > 0, y > 0$

### ТРИГОНОМЕТРИЈА

41. Ако је  $\operatorname{ctg} \alpha = 0,75, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , одредити вредности за  $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{tg}\left(\frac{15\pi}{2} - \alpha\right)$

42. Решити једначину  $\sin 5x - \sqrt{3} \cos 5x = \sqrt{3}$ .

43. Решити једначину  $1 + \sin 2x = (\sin 2x - \cos 2x)^2$ .

44. Решити једначину  $\operatorname{tg} x \cdot \left(\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x}\right) = 1$ .

45. Ако је  $\alpha + \beta = 60^\circ$  и  $\cos \alpha = \frac{11}{13}, \alpha > 0^\circ, \beta > 0^\circ$ , одредити  $\sin 2\beta$ .

46. Решити једначину  $\sin 3x = 4 \sin x \cos 2x$ .

47. Решити једначину  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 5x\right) + \sin x = 2 \cos 3x$ .

48. Решити тригонометријске неједначине у скупу  $R$ : а)  $\sin x + \sqrt{3} \cos x > 0$       б)  $2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2 \geq 0$

49. Решити неједначину  $\log_2\left(\sin \frac{x}{2}\right) < -1$  на интервалу  $(0, 2\pi]$ .

### ВЕКТОРСКИ РАЧУН

50. Ако су  $M$  и  $N$  средине страница  $BC$  и  $AD$  четвороугла  $ABCD$  онда је  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA}$

51. Нека је  $M$  произвољна тачка а  $T$  тежиште троугла. Доказати:

$$\text{а) } \overrightarrow{MT} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) \quad \text{б) } \overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \vec{0}.$$

52. Пресек дијагонала ромба  $ABCD$  је  $S$ . Изразити  $2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$  преко вектора  $\vec{u} = \overrightarrow{BD}$  и  $\vec{v} = \overrightarrow{SC}$ .
53. Дат је правилан шестоугао  $ABCDEF$ . Ако је  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  и  $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$  изразити преко ових вектора векторе  $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{OA}$  и  $3\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CE}$ , где је  $O$  центар описане кружнице око шестоугла.
54. Пресек дијагонала паралелограма  $ABCD$  је  $M$ . Помоћу вектора  $\vec{a} = \overrightarrow{BM}$  и  $\vec{b} = \overrightarrow{MC}$ , изразити  $\frac{1}{4}\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{CD}$ .
55. Одредити параметар  $p$  тако да вектори  $\vec{a} = 2\vec{i} - p\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = 2p\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$  буду ортогонални.
56. Одредити дужине дијагонала, угао између њих и површину паралелограма који образују вектори  $\vec{a} = (-1, 1, 0), \vec{b} = (1, -2, -2)$ .
57. Испитати да ли су вектори  $\vec{a} = 6\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{j} - \vec{k}$  и  $\vec{c} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$  компланарни и одредити  $\lambda \in R$  тако да вектори  $\vec{a} + \lambda\vec{b}$  и  $\vec{c}$  буду ортогонални.
58. Одредити јединични вектор нормалан на векторе  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{BC}$  где је  $A(1, 0, 1), B(2, -1, 0), C(-1, 1, 0)$ .
59. Ако су тачке  $A(1, 0, 1), B(3, 1, 1), C(4, 2, 3)$  три темена паралелограма који представља основу пирамиде са врхом у тачки  $E(2, 2, 6)$ . Одредити четврто теме основе и висину пирамиде.

### АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА У РАВНИ

60. Тачке  $A(-3, 1), B(1, 1)$  и  $C(-2, 3)$  одређују троугао. Написати једначине правих на којима леже висина и тежишна линија из темена  $C$ . Одредити подножје висине из темена  $C$ .
61. Написати једначину кружнице чији центар је у  $O_1(6, 4)$  и која додирује праву  $p: 4x - 12y + 144 = 0$ .
62. У једначини праве  $x + y + \lambda = 0$  одредити  $\lambda$  тако да права буде тангента криве  $2x^2 + 3y^2 = 30$ . О којој кривој је реч ?
63. Дата је крива  $x^2 - 4y^2 = 4$ . О којој кривој је реч ? Одредити једначине тангенсти које пролазе кроз тачку  $T(1, 0)$  као и тачке додира. Под којим углом се види крива из тачке  $T$  ?
64. Одредити површину троугла ограниченог  $x$ -осом, тангентом и нормалом параболе  $y^2 = 16x$  у тачки параболе  $M(x_0, 4)$ .

### ПЛАНИМЕТРИЈА

65. У троуглу  $ABC$  је  $\alpha = 60^\circ, \beta = 45^\circ$  и  $a = 2\sqrt{3}$ . Израчунати :

а) страницу  $b$

б) угао  $\gamma$

в) страницу

$c$

66. Катета правоуглог троугла  $ABC$  су  $a$  и  $b$ . Симетрала правог угла сече хипотенузу у тачки  $S$ . Одредити : а) дужину симетрале  $CS$  б) дужину одсечка  $AS$  и  $BS$

67. Површина правилног шестоугла је  $P = 6\sqrt{3}$ . У њега је уписан круг полупречника  $r$ . Израчунати :

а) обим и површину уписаног круга

б) површину једнакокраког , правоуглог троугла уписаног у посматрани круг

68. Површина ромба је  $80$ , а однос дијагонала  $d_1:d_2 = 5:4$ . Израчунати : а) страницу ромба б) висину ромба

69. У квадрат површине  $P=16$  уписан је правоугаоник тако да његова темена деле странице квадрата у односу  $1:3$ . Израчунати површину правоугаоника.

70. Основица трапеза је  $a = 6$  а један крак  $c = 62$  Угао између основице и овог крака је  $\alpha = 60^\circ$ . Угао између друге основице и другог крака је  $\gamma = 135^\circ$ . Израчунати површину трапеза.



## СТЕРЕОМЕТРИЈА

71. У сферу полупречника  $R$ , уписана је коцка. Израчунати површину коцке.
72. Основе праве призме је једнакостраничан троугао око кога је описан круг полупречника  $r = 2$  тј. посматрамо правилну , тространу призму око чије основе је описан круг полупречника  $r = 2$ .
- а) Израчунати површину основе призме  
б) Израчунати површину призме ако је њена запремина једнака запремини коцке странице  $a_1 = 2$ .
73. Основна ивица правилне , шестостране призме је полупречника  $a = 3$ , а дијагонала бочне стране је полупречника  $d = 6$ .
- а) Израчунати површину и запремину призме  
б) Израчунати површину и запремину ваљка описаног око призме .
74. Основа праве призме је једнакокраки трапез са основицама  $a = 21$  и  $b = 11$  и краком  $c = 13$ . Површина дијагоналног пресека је  $P_d = 180$ . Израчунати:
- а) површину и запремину призме  
б) површину пресека који пролази кроз дужу основицу  $a$  доње основе и краћу основицу  $b$  горње основе
75. Ако се полупречник сфере повећа за 1 , њена површина се повећа за  $8\pi$  . За колико се повећа њена запремина ?
76. Дат је једнакостранични троугао странице  $a$  . Одредити површину и запремину тела које се добија ротацијом датог троугла око : а) висине троугла б) једне странице троугла.
77. Основна ивица праве, правилне тростране пирамиде је  $a = 10$ , а угао који бочна страна заклапа са основом је  $\alpha = 30^\circ$  . Израчунати : а) површину и запремину пирамиде б) дужину бочне ивице.
78. Висина праве купе подељена ју у односу 1:2:3 рачунајући од врха, равнима које су паралелне равни основе. Одредити одно запремине средњег дела и запремине полазне купе.
79. Израчунати површину омотача праве, зарубљене купе , ако њена изводница заклапа угао од  $30^\circ$  са равни основе а површина оног пресека је 5.
80. Дата је права, правилна, тространа, зарубљена пирамиде са основицама  $a = 9$  и  $b = 3$  и бочном ивицом  $c = 5$  . Израчуанти ; а) површину и запремину пирамиде б) површину и запремину зарубљене купе описане око пирамиде.

## НИЗОВИ (ПРОГРЕСИЈЕ)

81. Наћи први члан  $a_1$  и диференцију  $d$  аритметичког низа ако је  $a_2 + a_5 - a_3 = 10$  и  $a_2 + a_9 = 17$ .
82. Наћи аритметички низ ако је збир првих  $n$  чланова  $S_n = 7n^2 + 5n$ .
83. Код растућег аритметичког низа збир прва три члана је 27, а збир њихових квадрата је 275. Одредити: а) први члан  $a_1$  и диференцију  $d$  б) збир свих чланова са двоцифреним индексом.
84. Збир прва четири члана растућег геометријског низа је 30, а збир следећа четири члана је 480. Израчунати:

- а) први члан  $b_1$  и количник  $q$  б) збир првих дванаест чланова низа.  
85. Збир прва три члана растућег геометријског низа је 13 а њихов производ је 27.  
Израчунати :  
а) први члан  $b_1$  и количник  $q$  б) збир првих пет чланова низа.  
86. Збир свих чланова геометријског низа је 32, а разлика првог и другог члана је једнака 8. Одредити који члан низа је једнак 1.

### МАТЕМАТИЧКА ИНДУКЦИЈА

87. Доказати да је  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$  за свако  $n \in N$ .  
88. Доказати да је  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$  за свако  $n \in N$ .  
89. Доказати да је  $n^3 + 3n^2 + 5n + 3$  дељиво са 3 за свако  $n \in N$ .  
90. Доказати да је број  $6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$  дељив са 11 за свако  $n \in N$ .  
91. Доказати да је израз  $4^n + 15n - 1$  дељив са 9 за свако  $n \in N$ .



разлика њихових цена била 6 динара. Колика је била првобитна разлика у цени ?

 **РЕАЛНЕ ФУНКЦИЈЕ**

105. Израчунати граничну вредност : а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2x^2 - 3\sqrt{x} + 1}}{\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1}}$  б)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - x^3}{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}$

106. Израчунати граничну вредност :

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$  б)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{2x^2 + 11x + 15}$  в)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{x^3 - x^2 - x - 2}$   
 г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^4 - x^3 - x + 1}$  д)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{x^3 - 3x^2 + 4}$

107. Израчунати граничну вредност : а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - x}{x-3}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

108. За дату криву написати једначину тангенте и нормале у тачки  $M$  која припада кривој:

а)  $y = x^3 + x + 1, M(1, y_0)$  б)  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}, M(3, y_0)$

109. Одредити домен, ток и екстремне вредности функција :

а)  $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$  б)  $y = \frac{e^x}{(1+x)}$  в)  $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$  г)  $\sqrt{x^2 - 2}$  д)  
 $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

 **ИНТЕГРАЛИ**

110. Наћи интеграле : а)  $I = \int \sqrt[3]{x^{\frac{2}{3}}; x^{-4}} dx$   
б)  $I = \int \frac{3^{x+1} - 2^{x-1}}{6^x} dx$  в)  $I = \int \frac{x^3 + x - 2}{x^2 + 1} dx$

111. Методом смене наћи интеграле :

а)  $I = \int (x + 1)^5 dx$  б)  $I = \int e^{-2x} dx$  в)  $I = \int \sin^2 x dx$   
г)  $I = \int \cos^3 x dx$

д)  $I = \int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$  е)  $I = \int \sqrt{8 + 2x - x^2} dx$

112. Методом парцијалне интеграције наћи интеграле :

а)  $I_a = \int \ln x dx$  б)  $I_b = \int \arcsin x dx$  в)  $I_c = \int e^{2x} \sin x dx$  г)  $I_c = \int e^{2x} \cos 2x dx$

113. Израчунати :  $\int_0^1 x^2 e^x dx$ .

114. Израчунати површину ограниченог кривоугаоног тројугла  $y = \sin x$  и правама  $x = 0$  и  $x = 2\pi$ .

115. Израчунати површину ограниченог кривоугаоног тројугла  $y = x^3 - x^2 - x$  и правама  $x = 0$  и  $x = 4$ .