

Образовни профил: Електротехничар за термичке и расхладне уређаје
Изборни предмет ЕЛЕКТРИЧНА МЕРЕЊА И МЕРЕЊА У ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦИ

1. Мерни процес, мерни поступци.
2. Директна и индиректна мерења.
3. Одређивање систематске грешке код директних и индиректних мерења.
4. Метролошке карактеристике дигиталних мерних средстава.
5. Мерење отпорности уземљења амперметром и волтметром.
6. Мерење отпорности уземљења Берендовом методом.
7. Мерење врло великих отпорности и отпорности изолације.
8. Осцилоскопи.
9. Катодна цев.
10. Блок шема осцилоскопа.
11. Синхронизација.
12. Подешавање осцилоскопа.
13. Мерење напона, учестаности и фазне разлике осцилоскопом.
14. Генератори функција.
15. Дигитални фреквенцметри.
16. Мерење средњих и ниских учестаности.
17. Тачноист мерења.
18. Блок шема дигиталног мултиметра.
19. А/D конверзија методом двојне интеграције.
20. Основно мерно коло.
21. Претварач напона у ниски једносмерни напон.
22. Претварач струје у ниски једносмерни напон.
23. Претварач отпорности у ниски једносмерни напон.
24. Четворожично мерење отпорности. Келвинова клешта.
25. Дигитални RLC метар.
26. Дигитални ватметар.
27. Дигитални варметар.
28. Дигитални косинусфиметар.
29. Дигитална бројила електричне енергије.
30. Струјни мерни трансформатори.
31. Холов ефекат.
32. Струјна клешта за једносмерну и наизменичну струју.
33. Напонски трансформатори.
34. Капацитивни мерни трансформатори.
35. Методе мерења грешака струјних и напонских мерних трансформатора, компензовања.
36. Овера мерних трансформатора.
37. Струјне сонде за осцилоскопе.
38. Мерење активне снаге дигиталним ватметром у једнофазном и трофазном систему.
39. Мерење активне снаге дигиталним ватметром у трофазном тројичном и четворожичном систему, симетрично и несиметрично оптерећеном.

40. Полуиндиректно и индиректно мерење активне снаге помоћу дигиталног ватметра, струјног и напонског трансформатора.
41. Мерење реактивне снаге дигиталним варметром у трофазном тројичном и четворожичном систему, симетрично и несиметрично оптерећеном.
42. Полуиндиректно и индиректно мерење реактивне снаге помоћу дигиталног варметра, струјног и напонског трансформатора.
43. Полуиндиректно и индиректно мерење реактивне снаге помоћу дигиталног варметра, струјног и напонског трансформатора.
44. Мерење фактора снаге.
45. Мерење активне електричне енергије дигиталним бројилом.
46. Повезивање, управљање, тарифирање и даљинско читавање.
47. Директна дигитална мерна група, повезивање, управљање, тарифирање и даљинско читавање.
48. Нисконапонска мерна група, повезивање, управљање, тарифирање и даљинско читавање.
49. Висконапонска мерна група, повезивање, управљање, тарифирање и даљинско читавање.
50. Мерење неелектричних величина електричним путем.
51. Параметарски, генераторски мерни претварачи.
52. Електронско мерење брзине обртања.
53. Мерење температуре.

1. Увод у метрологију
2. Физичке величине
3. СИ систем, основне и изведене јединице
4. Основни појмови, апсолутна и релативна грешка
5. Врсте грешака: грубе, систематске, случајне
6. Обрада и представљање резултата мерења
7. Класификација еталона
8. Реални отпорник
9. Калемови и кондензатори
10. Лабораторијски извори
11. Принцип рада аналогних мерних инструмената
12. Принцип рада инструмента са кретним калемом
13. Амперметар и проширивање мерног опсега
14. Волтметар и проширивање мерног опсега
15. Одређивање струјне константе, одређивање напонске константе
16. Мерење отпора редним омметром
17. Мерење отпора UI методом
18. Мерење наизменичних величина
19. Универзални инструменти

20. Логометар
21. Флуксметар
22. Принцип рада инструмената са покретним гвожђем
23. Инструмент са пљоснатим и са округлим калемом
24. Принцип рада електродинамичког инструмента
25. Електродинамички ватметар
26. Електродинамички логометар
27. Инструменти са покретним магнетом
28. Индукциони инструменти
29. Електростатички инструменти
30. Термички и вибрациони инструменти
31. Региструјући инструменти
32. Вибрациони фреквенцметар
33. Конструкција и принцип рада моноф. индукционог бројила
34. Трофазно индукционо бројило
35. Индукционо бројило реактивне енергије
36. Двотарифно бројило
37. Максимално бројило
38. Оверавање индукционог бројила
39. Одређивање места квара мегаомметром
40. Налажење места земљоспоја методом једног омметра
41. Налажење места прекида методом једног омметра
42. Налажење места кратког споја
43. Метода рефлексije импилса

Наставник:
Гашпаровић Звонко
Свитлица Александар

Образовни профил: Електротехничар за термичке и расхладне уређаје
Изборни предмет: ЕЛЕКТРОНИКА И ЕНЕРГЕТСКА ЕЛЕКТРОНИКА

1. Проводност чистог полупроводника
2. Полупроводници П и Н типа
3. ПН спој и поларизација ПН споја
4. Пробој ПН споја
5. Усмерачка диода
6. Једнострану усмерач
7. Двострану усмерач-Грецов спој
8. Стабилизаторске (Ценерове) диоде
9. Биполарни транзистори
10. Појачавач са заједничким емитором
11. ФЕТ транзистори
12. МОСФЕТ транзистори
13. Појачавач са ФЕТ-ом
14. Еквивалентна шема транзистора за наизменични режим рада
15. Оптиелектроника-фотодиоде, фотоотпорници, фототранзистори, ЛЕД диоде
16. Операциони појачавач, карактеристике и еквивалентно коло
17. Примена операционог појачавача- инвертујући и неинвертујући операциони појачавач
18. Пасивна кола за интегралнење и диференцирање
19. Основна логичка кола
20. Аритматичка кола и операције
21. Флип-флопови (RS, JK, T, D)
22. Снажне диоде
23. Снажни биполарни транзистори
24. Дарлингтонов спој, извођење еквивалентног струјног појачања у једносмерном режиму рада
25. Снажни МОСФЕТ
26. ИГБТ транзистори
27. Тиристор, статичка карактеристика тиристора
28. Начин укључења и искључења тиристора
29. Тријак, статичка карактеристика, понашање у колу наизменичне струје
30. Једнофазни диодни полуталасни исправљач
31. Једнофазни тиристорски полуталасни исправљач
32. Једнофазни диодни исправљач са средњом тачком
33. Једнофазни тиристорски исправљач са средњом тачком
34. Једнофазни диодни исправљач у мосном споју
35. Једнофазни тиристорски исправљач у мосном споју
36. Трофазни диодни исправљач са средњом тачком
37. Трофазни торосторски исправљач са средњом тачком

38. Трофазни диодни исправљач у моном споју
39. Трофазни тиристорски исправљач у мосном споју
40. Инвертори вођени мрежом
41. Струјни инвертори
42. Напонски једнофазни транзисторски инвертори у Н мосту са омским и омско-индуктивним потерећењем
43. Трофазни напонски транзисторски инвертор
44. Наизменични претварач са једностраном фазном регулацијом
45. Наизменични претварач са двостраном фазном регулацијом.
46. Транзисторски чопер спуштач напона

Наставници:
Скоко Саша
Богуновић Милица
Милъковић Станојевић Тамара

Образовни профил: Електротехничар за термичке и расхладне уређаје
Изборни предмет: Електричне машине са испитивањем

1. Склоп и основни делови МЈСС.
2. Намот индукта МЈСС
3. Принцип рада МЈСС
4. Израз индукованог напона и момента МЈСС
5. Магнетна реакција индукта МЈСС
6. Средство за сузбијање магнетне реакције индукта МЈСС
7. Комутација МЈСС
8. Врсте МЈСС према начину побуђивања
9. Карактеристике генератора ЈСС
10. Карактеристике мотора ЈСС
11. Пуштање у рад МЈСС
12. Регулација брзине мотора ЈСС
13. Склоп и основни делови СМ
14. Принцип рада СМ
15. Векторски дијаграм напона статора СМ
16. Карактеристике СМ
17. Паралелни рад СМ
18. Синхрони мотор
19. Мордејеве криве

20. Примена CM за поправак $\cos\varphi$
21. Сврха енергетских трансформатора
22. Магнетно коло трансформатора
23. Трансформаторски суд и прибор
24. Принцип рада ТР
25. Индукциони напон у навојку и навоју ТР.
26. Струја П.Х. трансформатора
27. Еквивалентна спрега ТР
28. Режим рада трансформатора при П.Х.
29. Режим рада при К.С.
30. Дијаграм спрезања трофазних ТР
31. Паралелни рад ТР
32. Склоп и врсте АМ
33. Принцип рада АМ
34. Трансформаторско понашање АМ
35. Клизање. Учестаност у ротору
36. Губици снаге у АМ
37. Механичка к-ка асинхроне машина
38. Стабилност рада АМ
39. Пуштање у рад асинхроног мотора
40. Мењање брзине обртања АМ
41. Једнофазни АМ

Наставници:
Обрехт Петар
Родић Предраг

Образовни профил: Електротехничар за термичке и расхладне уређаје
Изборни предмет: Електромоторни погони

1. Врсте електромоторних погона
2. Загревање електромотора
3. Хлађење електромотора
4. Једначина кретања
5. Замајни момент електромотора
6. Стабилност рада ЕМП
7. Контакторско релејна опрема у ЕМП
8. Опрема за заштиту ЕМП
9. Пуштање у рад асинхроног мотора
10. Пуштање у рад мотора једносмерне струје
11. Пуштање у рад синхроних мотора
12. Кочење асинхроних мотора
13. Кочење мотора једносмерне струје
14. Регулација брзине асинхроног мотора
15. Регулација брзине мотора једносмерне струје
16. Врсте сигнализације у ЕМП
17. Шеме аутоматског управљања електромоторима
18. Принципи рада лифтовских постројења
19. Електроопрема у ЕМП
20. Врсте кварова у ЕМП
21. Преоптерећења асинхроних мотора

Наставник
Бокић Ђуро

Образовни профил: Електротехничар за термичке и расхладне уређаје
Изборни предмет: ЕЛЕКТРОТЕРМИЧКИ УРЕЂАЈИ

1. Пренос топлоте спровођењем, струјањем и зрачењем. Сложени пренос топлоте.
2. Пролаз топлоте. Сложени пролаз топлоте.
3. Врсте, особине и примена грејних тела.
4. Принцип електроотпорног загревања, врсте електроотпорног загревања.
5. Котлови за производњу топле воде са електричним грејачима.
6. Пећи за топљење стакла.
7. Пећи за производњу алуминијума топлом електролизом.
8. Пећи за топљење метала поступком пливајуће шљаке.
9. Електричне коморне пећи.
10. Електричне тунелске пећи.
11. Електричне лончане пећи.
12. Електричне соне пећи.
13. Уређаји за загревање зрачењем.
14. Механичка регулација температуре.
15. Електрична регулација температуре.
16. Принцип диелектричног загревања. Врсте диелектричног загревања.
17. Високофреквентни уређаји са диелектричним загревањем за топљење стакла.
18. Пећи са електричним пољем кондензаторског типа.
19. Диелектричне пећи за сушење дрвета.
20. Диелектрична преса за лепљење дрвета.
21. Микроталасна пећница са директним диелектричним загревањем.
22. Принцип индукционог електроотпорног загревања. Врсте индукционог електроотпорног загревања.
23. Индукциони уређаји и пећи са индукционим електроотпорним загревањем без магнетног кола .
24. Индукциони уређаји за загревање металних делова.
25. Индукционе лончане пећи са мрежном учестаношћу.
26. Индукционе лончане пећи са повишеном учестаношћу.
27. Индукциони уређаји и пећи са индукционим електроотпорним загревањем са магнетним језгром.
28. Индукциони уређаји за континуално загревање жице.
29. Индукциона пећ са отвореним хоризонталним каналом.
30. Симетрирање фаза код индукционих уређаја и пећи.
31. Индукциона пећ са са вертикалним потопљеним каналом.
32. Електрокинетичко загревање.
33. Уређај са инерционим електронским снопом у вакууму.
34. Уређаји за електролучно заваривање.
35. Електролучне пећи.

36. Електроплазмени уређаји за заваривање и сечење метала.
37. Електроплазмене пећи за топљење и синтезу.
38. Кратак опис целокупног пројекта електротермичког постројења.
39. Читање детаљних и глобалних делова пројекта електротермичког постројења са његовим ознакама и симболима.

Наставник
Секулић Јован

Образовни профил: Електротехничар за термичке и расхладне уређаје
Изборни предмет: РАСХЛАДНИ УРЕЂАЈИ

1. Шематски приказ компресорске расхладне инсталације.
2. Расхладне материје.
3. Улога, принцип рада и саставни делови компресора.
4. Клипни компресори.
5. Ротациони компресори.
6. Намена и улога кондензатора.
7. Расхладне куле.
8. Евапоративни кондензатори.
9. Улога, намена и подела испаривача.
10. Правилан положај испаривача.
11. Отапање испаривача.
12. Измењивачи топлоте.
13. Скупљач течности.
14. Одвајач течности.
15. Потхлађивач течности.
16. Сушач флуида.
17. Одвајач ваздуха.
18. Филтери.
19. Међухладњак.
20. Цевни развод.
21. Вентил константног притиска.
22. Вентил за регулацију дотока воде.
23. Нивоказ.
24. Разделник течности.
25. Изолациони материјали.
26. Изолација комора, судова и цевовода.
27. Трофазни асинхрони мотор.
28. Топљиви осигурачи.
29. Аутоматски осигурачи.
30. Гребенасти прекидачи.
31. Контактори.
32. Сигнални уређаји.
33. Временски релеји.

34. Мерни уређаји.
35. Заштита од напона додира.
36. Основни принципи аутоматске контроле.
37. Осетни елементи.
38. Магнетни вентили.
39. Термостатски ињекциони вентил.
40. Термостатски регулатор температуре.
41. Ниворегулатори.
42. Пресостати.
43. Термостати.
44. Хумидостати.
45. Овлаживачи ваздуха.
46. Улога изначај климатизације. Основни елементи.
47. Уређај за припрему и покретање ваздуха.
48. Расхладна витрина са једним или два испаривача.
49. Вагонски хладњак.
50. Расхладни орман за ниске температуре.
51. Пулт за хлађење пића.
52. Уређаји за производњу леда.
53. Два компресора са више испаривача.
54. Шема деловања већег компресорског апарата.
55. Мала бродска инсталација.
56. Агрегатирани уређај за хлађење и сушење ваздуха и хлађење течности.
57. Шема собног климатизатора.
58. Аутоматска регулација капацитета.
59. Даљинско мерење температуре.
60. Монтажа расхладног постројења и пробни погон.
61. Неисправности у раду елемената расхладне инсталације, проналажење и отклањање кварова.

Наставник
Бујак Јован

Образовни профил: Електротехничар за термичке и расхладне уређаје
Изборни предмет ОСНОВИ АУТОМАТСКОГ УПРАВЉАЊА

1. Појам и дефиниција аутоматике, значај аутоматизације,
2. Систем, процес, управљање,
3. Систем управљања. Подела система управљања.
4. Отворени систем управљања,
5. Затворени систем управљања,
6. Функционална (блок) шема система управљања,
7. Разлика између система аутоматског управљања и система аутоматске регулације,
8. Класификација система управљања,
9. Типични облици статичких карактеристика,
10. Основна функција мерних претварача,
11. Тачност мерила, апсолутна грешка, резолуција,
12. Поновљивост, шум, нормирани мерни сигнали,
13. Мерне траке,
14. Особине мерних трака,
15. Бурдонова цев,
16. Особине Бурдонове цеви,
17. Термопар,
18. Основне одлике PLC-а,
19. Структура PLC-а (основни модули),
20. Улазни модул PLC-а,
21. Процесорски модул PLC-а,
22. Подела меморије код PLC-а, од којих се области састоји,
23. Начин рада PLC-а,
24. СКЕН циклус,
25. Меморијска мапа (основно, без области),
26. Шта је SKADA-а,
27. Шта подразумева SKADA-а као надзорно управљачки систем,
28. Да би се остварила било која комуникација шта треба да постоји,
29. Подела комуникационих канала,
30. Жичани комуникациони канал,
31. Бежични комуникациони канал,
32. Нивои комуникације при управљању процесом (увод),
33. Најнижи ниво, ниво машине,
34. Највиши ниво, ниво производног погона,
35. Формирање апликације,
36. Ледер дијаграм,
37. Нормално отворен и нормално затворен прекидач,
38. Детектори сигнала грешке,
39. Извршни елементи,
40. Одлике електромеханичких спојница,
41. Предности и мане пнеуматских система,
42. ПИД регулатори.

Наставник
Ковачевић Милан

ОБРАЗОВНИ ПРОФИЛ: Електротехничар за термичке и расхладне уређаје
ИЗБОРНИ ПРЕДМЕТ:МАТЕМАТИКА

1. Операције са алгебарским изразима
2. Линеарне и квадратне једначине и неједначине
3. Комплексни бројеви
4. Експоненцијалне и логаритамске једначине и неједначине
5. Тригонометрија
6. Векторски рачун
7. Аналитичка геометрија у равни
8. Планиметрија
9. Стереометрија
10. Низови
11. Математичка индукција
12. Комбинаторика и биномна формула
13. Пропорционалност
14. Реалне функције
15. Интеграли

ЛИТЕРАТУРА

„Математика 1“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг , Београд
„Математика 2“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг , Београд
„Математика 3“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг , Београд
„Математика 4“, Живорад Ивановић, Срђан Огњановић, Круг , Београд
„Припрема за пријемни испит из математике„
Зорица Узелац, Невенка Аџић, Раде Дорословачки

Питања из математике за матурски испит

1. Операције са алгебарским изразима
2. Линеарна једначина
3. Линеарна неједначина
4. Квадратна једначина
5. Квадратна неједначина
6. Дискриминанта
7. Вијетова правила
8. Ирационална једначина и неједначина
9. Комплексан број и операције са комплексним бројевима
10. Тригонометријски облик комплексног броја
11. Експоненцијална једначина
12. Експоненцијална неједначина
13. Логаритамска једначина
14. Логаритамска неједначина
15. Тригонометријске функције и особине
16. Тригонометријске једначине
17. Тригонометријске неједначине
18. Вектори и особине
19. Скаларни производ вектора
20. Векторски производ вектора
21. Мешовити производ вектора
22. Једначина праве и особине
23. Једначина кружнице и особине
24. Једначина елипсе и особине
25. Једначина хиперболе и особине
26. Једначина параболе и особине
27. Планиметрија
28. Призма
29. Пирамида, зарубљена пирамида
30. Обртна тела
31. Аритметички низ
32. Геометријски низ
33. Математичка индукција
34. Комбинаторика
35. Биномна формула
36. Пропорције и процентни рачун
37. Реалне функције и особине
38. Примена извода
39. Интеграл
40. Примена интеграла

📖 ОПЕРАЦИЈЕ СА АЛГЕБАРСКИМ ИЗРАЗИМА

1. Упростити изразе :

а) $\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}, a \neq \pm b$ б) $\frac{a^2-b^2}{a-b} \cdot \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}, a \neq \pm b$

ц) $\left(\frac{1}{a+b} - \frac{a}{a^2+2ab+b^2}\right) : \left(\frac{1}{a+b} - \frac{a}{a^2-b^2}\right), a \neq \pm b$ д) $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2} \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}\right), a \neq \pm b$

е) $\left(\frac{4(a+b)^2}{ab} - 16\right) \frac{(a+b)^2-ab}{ab} : \frac{a^3-b^3}{ab}, a \neq 0, b \neq 0, a \neq b$

ф) $\frac{\frac{1}{a-2b} - \frac{2b}{a+2b}}{\frac{a^2+4b^2}{a^2-4b^2}}, a \neq \pm 2b$ г) $\frac{36a-108}{10a^3-270} : \left(\frac{a+3}{a-3} + \frac{a-3}{a+3} - 2\right), a \neq \pm 3$

2. Доказати да је за $a > 0, b > 0, a \neq b$ $\left(\frac{\frac{3}{a^2+b^2}}{\frac{1}{a^2+b^2}} \sqrt{ab}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}\right)^{-2} = 1$

3. Упростити израз $\frac{\sqrt{a^2-2ab+b^2}}{\sqrt{a^2+2ab+b^2}} + \frac{2a}{a+b}$ за а) $0 < b < a$ б) $0 < a < b$

4. Доказати да је за $m > n > 0$, $\left(\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{m-\sqrt{m^2-n^2}} - \frac{m-\sqrt{m^2-n^2}}{m+\sqrt{m^2-n^2}}\right) \frac{n^2}{4m\sqrt{m^2-n^2}} = 1$.

5. Доказати да је за $a > 0, b > 0$, $a \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1} + b \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1} = 2ab$

6. Израчунати $3 \left(\frac{2}{5+\sqrt{10}} - \frac{7}{\sqrt{10}} + \frac{5}{\sqrt{10}-2}\right)$

7. Доказати да је $\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} - \sqrt[3]{3} = 0$.

8. Израчунати $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$.

📖 ЛИНЕАРНЕ И КВАДРАТНЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

9. Решити једначину: $|2x - 1| + |x| = 5$.

10. Решити неједначину: $|x + 2| < 2x - 1$.

11. Решити неједначину: $|2x - 5| \leq |x + 4|$.

12. За које m ће израз $mx^2 - 2mx + m - 3$ бити негативан за свако $x \in R$?

13. Одредити параметар m тако да решења једначине $mx^2 + 2(m-6)x + m - 3 = 0, m \in R$, има једно (двоструко) реално решење и одредити његов знак не решавајући једначину.

14. Одредити параметар k у једначини $2x^2 - 3x + k - 1 = 0$ тако да решења једначине буду позитивна.

15. За које вредности параметра $m \in R$, је збир корена једначине $x^2 + (2 + m - m^2)x - m^2 = 0$ једнак 0?

16. Одредити параметар m тако да један корен једначине $2x^2 + 4x + m - 1 = 0, m \in R$, буде два пута већи од другог.

17. Одредити параметар m тако да решења једначине $x^2 - 2x + m - 3 = 0, m \in R$, задовољавају услов $x_1^2 + x_2^2 = 2$.
18. Израчунати $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$ где су x_1, x_2 корени једначине $2x^2 - 3ax - 2 = 0, a \in R$.
19. Решити једначину: $2x^2 + |x - 1| = 2$.
20. Решити неједначину: $|x^2 - 9| + x^2 - 4 = 5$.
21. Решити неједначину: $|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3$.
22. Решити неједначину $\frac{-x^2+2x-16}{x-6} \geq 3$
23. Решити једначину $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-x} = 1$.
24. Решити једначину: $\sqrt{x-2} + |x-2| = 4$.

КОМПЛЕКСНИ БРОЈЕВИ

25. Наћи комплексан број z који задовољава услов $Re\left(\frac{(1+i)z+2-2i}{3+2i}\right) = Im\left(\frac{(1+i)z+2-2i}{3+2i}\right) = 1$,
26. Израчунати $\sqrt{3+4i}$.
27. Одредити комплексан број z за који је $|z - i| = Imz$ и $Rez = Imz$.
28. Користећи тригонометријски и експоненцијални облик, одредити производ и количник комплексних бројева $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ и $z_2 = 1 + i$.
29. Израчунати $(1+i)^{97}$.
30. Дати су комплексни бројеви $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = \sqrt{3} + i, z_3 = 1 + \sqrt{3}i$.
Израчунати $\frac{z_1^{10}}{z_2^9} z_3^5$
31. Наћи сва решења једначине $z^6 + 1 = 0$.

ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНЕ И ЛОГАРИТАМСКЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

32. Решити једначине:
- а) $3^x - 23^{x-1} = \frac{1}{9}$ б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-20x+61.5} = \frac{8}{\sqrt{2}}$ в) $3^{\sqrt{x}} + 2 \cdot 3^{\sqrt{x}-1} = 15$ г)
- $\frac{1}{8} \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x}$
33. Решити системе једначина : $\begin{cases} 3^x - 3 \cdot 2^y = 11 \\ 4 \cdot 3^x + 2^y = 8 \end{cases}$
34. Решити једначине:
- а) $16^x - 3 \cdot 4^x + 2 = 0$ б) $5^{2x-3} = 3 + 2 \cdot 5^{x-2}$ в) $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10$
 $2^{\sqrt{x-2}}, x \geq 2$
35. Решити једначине:
- а) $20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0$ б) $7 \cdot 9^x - 10 \cdot 21^x + 3 \cdot 49^x = 0$ в) $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10$
 $2^{\sqrt{x-2}}, x \geq 2$

36. Решити неједначине: а) $2^{3-6x} > 1$ б) $(0.1)^{4x^2-2x-2} \leq (0.1)^{2x-3}$ в) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{2+5x}} \leq \frac{25}{4}, x \neq \frac{2}{5}$

37. Решити једначине:

а) $\log_{x-2}(2x-1) = 2$ б) $\log_7(\log_5(\log_2 x)) = 0, x > 0$

в) $\log_6(x+1) + \log_6(2x+1) = 1$ г) $\log_5^2 x = 3 + \log_6 x^2, x > 0$

38. Решити једначине:

а) $\log_{x^3} 8$ б) $\log_{\frac{1}{x^2}} 2 = 3, x > 0, x \neq 1$ в) $\log_{x^2} 81$ г) $3 \log_{27} x = 1, x > 0, x \neq 1$

д) $\log_2 \sqrt[3]{x}$ е) $\log_4 x^3 + 2 \log_8 x = \frac{3}{2}, x > 0$ ж) $\frac{1}{6} \log_2(x-2) - \frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5}$

39. Решити неједначине:

а) $\log_5(3x-1) < 1$ б) $\log_{\frac{1}{5}}(5x-1) > 0$ в) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+6) > 1$

г) $\log_3 \frac{1+2x}{1+x} < 1$

40. Решити системе једначина: $\log_3 x + \log_3 y = 2 + \log_3 2$

$\log_{27}(x+y) = \frac{2}{3}x > 0, y > 0$

ТРИГОНОМЕТРИЈА

41. Ако је $\operatorname{ctg} \alpha = 0,75, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, одредити вредности за $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha$ и

$\operatorname{tg} \left(\frac{15\pi}{2} - \alpha \right)$

42. Решити једначину $\sin 5x - \sqrt{3} \cos 5x = \sqrt{3}$.

43. Решити једначину $1 + \sin 2x = (\sin 2x - \cos 2x)^2$.

44. Решити једначину $\operatorname{tg} x \left(\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x} \right) = 1$.

45. Ако је $\alpha + \beta = 60^\circ$ и $\cos \alpha = \frac{11}{13}, \alpha > 0^\circ, \beta > 0^\circ$, одредити $\sin 2\beta$.

46. Решити једначину $\sin 3x = 4 \sin x \cos 2x$.

47. Решити једначину $\cos \left(\frac{\pi}{2} + 5x \right) + \sin x = 2 \cos 3x$.

48. Решити тригонометријске неједначине у скупу R : а) $\sin x + \sqrt{3} \cos x > 0$ б)

$2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2 \geq 0$

49. Решити неједначину $\log_2 \left(\sin \frac{x}{2} \right) < 1$ на интервалу $(0, 2\pi]$.

📖 ВЕКТОРСКИ РАЧУН

50. Ако су M и N средине страница BC и AD четвороугла $ABCD$ онда је $2\overline{MN} = \overline{CD} + \overline{BA}$
51. Нека је M произвољна тачка а T тежиште троугла. Доказати :
- а) $\overline{MT} = \frac{1}{3}(\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC})$ б) $\overline{TA} + \overline{TB} + \overline{TC} = \vec{0}$.
52. Пресек дијагонала ромба $ABCD$ је S . Изразити $2\overline{AB} - \frac{1}{4}\overline{AD}$ преко вектора $\vec{u} = \overline{BD}$ и $\vec{v} = \overline{SC}$.
53. Дат је правилан шестоугао $ABCDEF$. Ако је $\vec{a} = \overline{AB}$ и $\vec{b} = \overline{BC}$ изразити преко ових вектора векторе $\overline{CD}, \overline{AE}, \overline{FB}, \overline{OA}$ и $3\overline{OB} - \frac{1}{2}\overline{CE}$, где је O центар описане кружнице око шестоугла.
54. Пресек дијагонала паралелограма $ABCD$ је M . Помоћу вектора $\vec{a} = \overline{BM}$ и $\vec{b} = \overline{MC}$, изразити $\frac{1}{4}\overline{DA} - 2\overline{CD}$.
55. Одредити параметар p тако да вектори $\vec{a} = 2i - pj + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2pi + 4j - 2\vec{k}$ буду ортогонални.
56. Одредити дужине дијагонала, угао између њих и површину паралелограма који образују вектори $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, 2, 2)$.
57. Испитати да ли су вектори $\vec{a} = 6i + j + \vec{k}$, $\vec{b} = 3j - \vec{k}$ и $\vec{c} = 2i + 3j + 5\vec{k}$ компланарни и одредити $\lambda \in R$ тако да вектори $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ и \vec{c} буду ортогонални
58. Одредити јединични вектор нормалан на векторе \overline{AB} и \overline{BC} где је $A(1,0,1)$, $B(2,-1,0)$, $C(-1,1,0)$
59. Ако су тачке $A(1,0,1)$, $B(3,1,1)$, $C(4,2,3)$ три темена паралелограма који представља основу пирамиде са врхом у тачки $E(2,2,6)$. Одредити четврто теме основе и висину пирамиде.

📖 АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА У РАВНИ

60. Тачке $A(-3,1)$, $B(1,1)$ и $C(-2,3)$ одређују троугао. Написати једначине правих на којима леже висина и тежишна линија из темена C . Одредити подножје висине из темена C .
61. Написати једначину кружнице чији центар је у $O_1(6,4)$ и која додирује праву $p: 4x - 12y + 144 = 0$.
62. У једначини праве $x + y + \lambda = 0$ одредити λ тако да права буде тангента криве $2x^2 + 3y^2 = 30$. О којој кривој је реч ?
63. Дата је крива $x^2 - 4y^2 = 4$. О којој кривој је реч ? Одредити једначине тангенсти које пролазе кроз тачку $T(1,0)$ као и тачке додира. Под којим углом се види крива из тачке T ?

СТЕРЕОМЕТРИЈА

71. У сферу полупречника R , уписана је коцка. Израчунати површину коцке.
72. Основе праве призме је једнакостраничан троугао око кога је описан круг полупречника $r = 2$ тј. посматрамо правилну, тространу призму око чије основе је описан круг полупречника $r = 2$.
- а) Израчунати површину основе призме
б) Израчунати површину призме ако је њена запремина једнака запремини коцке странице $a_1 = 2$.
73. Основна ивица правилне, шестостране призме је полупречника $a = 3$, а дијагонала бочне стране је полупречника $d = 6$.
- а) Израчунати површину и запремину призме
б) Израчунати површину и запремину ваљка описаног око призме.
74. Основа праве призме је једнакокраки трапез са основицама $a = 21$ и $b = 11$ и краком $c = 13$. Површина дијагоналног пресека је $P_d = 180$. Израчунати:
- а) површину и запремину призме
б) површину пресека који пролази кроз дужу основицу a доње основе и краћу основицу b горње основе
75. Ако се полупречник сфере повећа за 1, њена површина се повећа за 8π . За колико се повећа њена запремина?
76. Дат је једнакостранични троугао странице a . Одредити површину и запремину тела које се добија ротацијом датог троугла око: а) висине троугла б) једне странице троугла.
77. Основна ивица праве, правилне тростране пирамиде је $a = 10$, а угао који бочна страна заклапа са основом је $\alpha = 30^\circ$. Израчунати: а) површину и запремину пирамиде б) дужину бочне ивице.
78. Висина праве купе подељена ју у односу 1:2:3 рачунајући од врха, равнима које су паралелне равни основе. Одредити одно запремине средњег дела и запремине полазне купе.
79. Израчунати површину омотача праве, зарубљене купе, ако њена изводница заклапа угао од 30° са равни основе а површина оног пресека је 5.
80. Дата је права, правилна, тространа, зарубљена пирамиде са основицама $a = 9$ и $b = 3$ и бочном ивицом $= 5$. Израчуант; а) површину и запремину пирамиде б) површину и запремину зарубљене купе описане око пирамиде.

НИЗОВИ (ПРОГРЕСИЈЕ)

81. Наћи први члан a_1 и диференцију d аритметичког низа ако је $a_2 + a_5 = a_3 = 10$ и $a_2 + a_9 = 17$.
82. Наћи аритметички низ ако је збир првих n чланова $S_n = 7n^2 + 5n$.
83. Код растућег аритметичког низа збир прва три члана је 27, а збир њихових квадрата је 275. Одредити: а) први члан a_1 и диференцију d б) збир свих чланова са двоцифреним индексом.
84. Збир прва четири члана растућег геометријског низа је 30, а збир следећа четири члана је 480. Израчунати:

а) први члан b_1 и количник q б) збир првих дванаест чланова низа.

85. Збир прва три члана растућег геометријског низа је 13 а њихов производ је 27. Израчунати :

а) први члан b_1 и количник q б) збир првих пет чланова низа.

86. Збир свих чланова геометријског низа је 32, а разлика првог и другог члана је једнака 8. Одредити који члан низа је једнак 1.

МАТЕМАТИЧКА ИНДУКЦИЈА

87. Доказати да је $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ за свако $n \in \mathbb{N}$.

88. Доказати да је $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ за свако $n \in \mathbb{N}$.

89. Доказати да је $n^3 + 3n^2 + 5n + 3$ дељиво са 3 за свако $n \in \mathbb{N}$.

90. Доказати да је број $6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$ дељив са 11 за свако $n \in \mathbb{N}$.

91. Доказати да је израз $4^n + 15n - 1$ дељив са 9 за свако $n \in \mathbb{N}$.

крају је разлика њихових цена била 6 динара. Колика је била првобитна разлика у цени ?

 **РЕАЛНЕ ФУНКЦИЈЕ**

105. Израчунати граничну вредност : а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2x^2} - \sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x^2} + 2x + 1}$ б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - x^3}{\sqrt[3]{x^2} + 2x}$

106. Израчунати граничну вредност :

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{2x^2 + 11x + 15}$ в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{x^3 - x^2 - x - 2}$
 г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^4 - x^3 - x + 1}$ д) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{x^3 - 3x^2 + 4}$

107. Израчунати граничну вредност : а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - x}{x-3}$ б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

108. За дату криву написати једначину тангенте и нормале у тачки M која припада кривој:

а) $y = x^3 + x + 1, M(1, y_0)$ б) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}, M(3, y_0)$

109. Одредити домен, ток и екстремне вредности функција :

а) $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$ б) $y = \frac{e^x}{(1+x)}$ в) $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ г) $\sqrt{x^2 - 2}$ д)
 $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

 **ИНТЕГРАЛИ**

110. Наћи интеграле : а) $I = \int \sqrt[3]{x^{\frac{2}{3}}; x^{-4}} dx$

б) $I = \int \frac{3^{x+1} - 2^{x-1}}{6^x} dx$ в) $I = \int \frac{x^3 + x - 2}{x^2 + 1} dx$

111. Методом смене наћи интеграле :

а) $I = \int (x + 1)^5 dx$ б) $I = \int e^{-2x} dx$ в) $I = \int \sin^2 x dx$

г) $I = \int \cos^3 x dx$

д) $I = \int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5} dx$ е) $I = \int \sqrt{8 + 2x} x^2 dx$

112. Методом парцијалне интеграције наћи интеграле :

а) $I_a = \int \ln x dx$ б) $I_b = \int \arcsin x dx$ в) $I_c = \int e^{2x} \sin x dx$ г) $I_c = \int e^{2x} \cos 2x dx$

113. Израчунати : $\int_0^1 x^2 e^x dx$.

114. Израчунати површину ограниченог кривому $y = \sin x$ и правама $x = 0$ и $x = 2\pi$.

115. Израчунати површину ограниченог кривому $y = x^3 - x^2 - x$ и правама $x = 0$ и $x = 4$.